

Research Paper

Estimation of the Maximum Deflection at the Elastic Limit of a Semi-Supported Steel Plate Shear Wall Using Machine Learning Algorithms and Derivation of an Analytical Formula

Seyed Ebrahim Sadat Kholerdi^{1*}, Marieh Jahannia²

1- Department of Civil Engineering, University of Torbat-e Jam, Torbat-e Jam, Iran

2- Department of Computer Engineering, University of Torbat-e Jam, Torbat-e Jam, Iran



Citation: Sadat Kholerdi, S.E., and Jahannia, M. (1405), " Estimation of the maximum deflection at the elastic limit of a semi-supported steel plate shear wall using machine learning algorithms and derivation of an analytical formula", Journal of Structure and Steel, 20(52), e246869.

doi [10.22034/jss.2026.577427.1031](https://doi.org/10.22034/jss.2026.577427.1031)

Article info:

Article History:

Received: 21 November 2025

Revised: 14 December 2025

Accepted: 23 December 2025

Published: 4 April 2026

Keywords:

Semi-Supported
Steel Plate Shear Wall
Deflection
Elastic Limit
Machine Learning Algorithms

ABSTRACT

Background: The Semi-Supported Steel Plate Shear Wall (SSSW) is an emerging lateral load-resisting system in which wall plates connect to secondary columns rather than the main boundary frame. Under small lateral loads, these plates buckle and develop out-of-plane deflection. Since buckling initiates at low load levels, a large portion of the plate operates in the elastic post-buckling range. Calculating this deflection requires solving the Von-Kármán equations via the Galerkin method, a procedure that is mathematically complex and has no known closed-form solution. This study aims to predict the maximum elastic limit deflection of SSSW wall plates using machine learning algorithms and to derive an explicit mathematical formula for practical design use.

Methods: Five machine learning algorithms, Linear Regression, Polynomial Regression, Random Forest, Gradient Boosting and XGBoost were evaluated for predicting the maximum elastic limit deflection of SSSW wall plates.

Results: Among the algorithms evaluated, Polynomial Regression achieved the best balance between accuracy and interpretability. An explicit mathematical formula for estimating the maximum elastic limit deflection was derived, with a mean prediction error below 2%.

Conclusion: The proposed formula allows designers to estimate the maximum elastic limit deflection of SSSW wall plates quickly and reliably, without solving the Von-Kármán equations or performing costly numerical modeling.

* Corresponding Author's E-mail: s.e.sadatkhollerdi@tjamcaas.ac.ir



Copyright for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Iranian Society of Steel Structures Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>

Introduction

Steel plate shear walls have been studied for decades as lateral load-resisting systems. In the conventional system, tension field stresses transferred to boundary columns require heavy sections that are often uneconomical. Disconnecting the wall plate from the main columns led to the development of the SSSW system, in which secondary columns carry these stresses. Subsequent work established the system's ultimate shear capacity analytically, followed by experimental and numerical investigations. Sadat Kholerdi and Jahanpour, showed that elastic buckling in SSSW plates occurs below 5% of yield shear capacity, creating a wide elastic post-buckling range. They used the Von-Kármán equations and the Von-Mises criterion to obtain the elastic limit deflection via the Galerkin method an accurate but complex procedure with no explicit closed-form solution. Machine learning has been applied to steel shear walls in several studies, predicting shear capacity and geometric design parameters. However, the elastic limit deflection of SSSW wall plates has not yet been addressed using this approach. This study fills that gap by evaluating five ML algorithms and deriving an explicit formula for the maximum elastic limit deflection.

Methods

Five parameters were identified based on the analytical framework of Sadat Kholerdi and Jahanpour: wall width (b), wall height (h), plate thickness (t), overturning moment (M_s), and secondary column section (2UNP). A dataset of 150 models was built by solving the Von-Kármán equations via the Galerkin method across practical ranges of these parameters. Five algorithms were evaluated: Linear Regression, Polynomial Regression, Random Forest, Gradient Boosting, and XGBoost. Performance was assessed using mean absolute error and RMSE on a held-out test set, with a key criterion being the ability to yield an explicit, design-ready formula.

Results

Polynomial Regression achieved the best balance of accuracy and interpretability. Ensemble methods performed comparably in accuracy but do not produce closed-form expressions. Linear Regression was insufficient given the nonlinear nature of the problem. The derived formula predicts W_{me} with a mean error below 2% relative to Galerkin-based solutions. The relative influence of each input parameter on W_{me} was also ranked, providing further insight into the governing mechanics of elastic post-buckling deflection in SSSW systems.

Conclusion

An explicit formula for the maximum elastic limit deflection of SSSW wall plates was derived using Polynomial Regression, with a mean error below 2%. The formula allows designers to estimate elastic limit deflection directly without solving the Von-Kármán equations or running numerical models and is expected to simplify deflection-based design of SSSW systems in practice.

Declaration of Generative AI and AI-assisted Technologies in the Writing Process

No artificial intelligence-based tools or applications were used. All content of the study was produced by the authors in accordance with scientific research methods and academic ethical principles.

Ethical Consideration

Compliance with ethical guidelines

The author declares that this study is an original research work. All sources, data, software, and methods used are properly cited and referenced. No data fabrication or falsification has occurred, and the research adheres to all academic integrity guidelines and ethical publishing practices.

Funding

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-forprofit sectors.

Author's contributions

First Author: Conceptualization, Methodology, Formal analysis, Writing original draft, Writing review and editing.

Second Author: Machine learning modeling, Data analysis, Validation, Writing original draft, Writing review and editing.

Conflicts of interest

The authors declare no conflict of interest.

برآورد خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها با استفاده از

الگوریتم‌های یادگیری ماشین و استخراج فرمول تحلیلی

سید ابراهیم سادات خلردی^{۱*}، ماریه جهان‌نیا^۲

۱- استادیار، گروه مهندسی عمران، مجتمع آموزش عالی تربت جام، تربت جام، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر، مجتمع آموزش عالی تربت جام، تربت جام، ایران



Citation: Sadat Kholerdi, S.E., and Jahannia, M. (1405), "Estimation of the maximum deflection at the elastic limit of a semi-supported steel plate shear wall using machine learning algorithms and derivation of an analytical formula", Journal of Structure and Steel, 20(52), e246869.

doi [10.22034/jss.2026.577427.1031](https://doi.org/10.22034/jss.2026.577427.1031)

چکیده

زمینه پژوهش: دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها (SSSW) به‌عنوان یک سیستم نوظهور برای تحمل بارهای جانبی در سازه‌ها به‌کار گرفته شده است. در این سیستم، ورق‌های دیوار به ستون‌های فرعی متصل بوده و تحت بارهای جانبی کوچک دچار کمناش می‌شوند. این کمناش موجب ایجاد خیز (تغییر شکل خارج از صفحه) در ورق می‌شود. به‌دلیل شروع کمناش ورق در بارهای جانبی کوچک، ناحیه وسیعی از ورق دارای رفتار پس‌کمانشی الاستیک است. یکی از روش‌های به‌دست‌آوردن خیز ورق‌ها، حل دستگاه معادلات فون‌کارمن است که در پژوهش‌های پیشین، خیز ورق دیوار در ناحیه پس‌کمانشی الاستیک از حل این معادلات با استفاده از روش گالرکین به‌دست آمده است. حل معادلات فون‌کارمن بسیار پیچیده بوده و تاکنون راه حل صریح برای آن ارائه نشده است. هدف این پژوهش، پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک ورق با استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین و ارائه یک فرمول صریح ریاضی است.

روش پژوهش: پنج الگوریتم یادگیری ماشین شامل رگرسیون خطی، رگرسیون چندجمله‌ای، جنگل تصادفی، تقویت گرادیان و XGBoost برای پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک ورق‌های دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها ارزیابی و با هم مقایسه شدند. داده‌های مورد استفاده از نتایج حل معادلات فون‌کارمن به روش گالرکین استخراج شده‌اند.

یافته‌ها: در میان الگوریتم‌های بررسی‌شده، رگرسیون چندجمله‌ای بهترین تعادل را میان دقت و قابلیت تفسیر نشان داد. بر این اساس، یک فرمول ریاضی صریح برای تخمین خیز حداکثر حد الاستیک استخراج شد که میانگین خطای آن کم‌تر از دو درصد است.

نتیجه‌گیری: فرمول پیشنهادی این پژوهش به طراحان امکان می‌دهد بدون نیاز به حل معادلات پیچیده یا انجام مدل‌سازی‌های پرهزینه، خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید را به‌سرعت و با دقت مناسب تخمین بزنند.

اطلاعات مقاله:

سابقه مقاله:

تاریخ دریافت: ۳۰ آبان ماه ۱۴۰۴

تاریخ بازنگری: ۲۳ آذر ماه ۱۴۰۴

تاریخ پذیرش: ۲ دی ماه ۱۴۰۴

تاریخ انتشار: ۱۵ فروردین ماه ۱۴۰۵

واژگان کلیدی:

دیوار برشی فولادی

نیمه‌مقید

خیز

حد الاستیک

الگوریتم‌های یادگیری ماشین

* آدرس ایمیل نویسنده مسئول: s.e.sadatkholerdi@tjamcaas.ac.ir

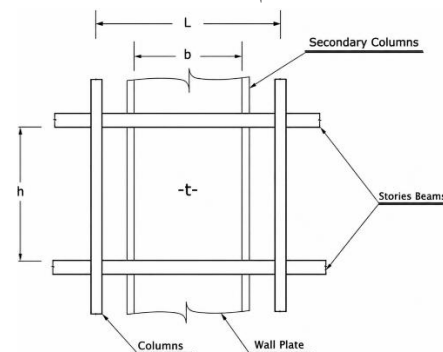
حقوق نشر این مقاله برای نویسنده(گان) محفوظ است و حقوق انتشار آن به انتشارات انجمن سازه‌های فولادی ایران واگذار شده است. محتوای این مقاله تابع قوانین و شرایط مجوز بین‌المللی Creative Commons Attribution 4.0 (CC-BY-NC 4.0) می‌باشد. برای اطلاعات بیشتر، لطفاً به وبسایت

مربوطه مراجعه فرمایید. <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode>



۱- مقدمه

دیوار برشی فولادی به‌عنوان یک سیستم مقاوم در برابر بارهای جانبی در نظر گرفته شده و در چند دهه اخیر، ویژگی‌های سازه‌ای و پارامترهای لرزه‌ای این سیستم از قبیل سختی، شکل‌پذیری و جذب انرژی مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۱۱]. در این سیستم که از آن می‌توان به‌عنوان دیوار برشی فولادی سستی نام برد، تنش‌های بزرگ ناشی از میدان کشش بر ستون‌های سازه که به ورق دیوار متصل هستند، باعث می‌شود تا از مقاطع بزرگی برای این ستون‌ها استفاده شود که از نظر اقتصادی به‌صرفه نیست. محققین، ایده عدم اتصال ورق دیوار به ستون‌ها را برای از بین بردن این تنش‌ها، پیشنهاد داده‌اند [۱۲ و ۱۳]. این ایده منجر به پیشنهاد دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در دو دهه قبل شده که در شکل (۱) نشان داده شده است [۱۴]. در این سیستم، ورق دیوار متصل به ستون‌های فرعی است که وظیفه آن گسترش تنش‌های ناشی از میدان کششی در ورق است. در ادامه، محققین به بررسی بیش‌تر رفتار این سیستم پرداختند و ظرفیت برشی نهایی آن را با استفاده از یک روش تحلیلی به‌دست آوردند [۱۵]. همچنین در یک دهه اخیر، مطالعات آزمایشگاهی، اجزای محدود و تحلیلی برای بررسی رفتار این سیستم صورت گرفته است [۱۶-۳۹].



شکل ۱- دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها (جهان‌پور و همکاران [۱۵])

سادات خلردی و جهان‌پور نشان داده‌اند که کماتش برشی الاستیک ورق دیوار در درصدهای کوچکی از بار برشی تسلیم دیوار (کم‌تر از ۵ درصد) اتفاق می‌افتد و ناحیه پس‌کمانشی الاستیک وسیعی در این سیستم شکل می‌گیرد [۱۸]. در این ناحیه، ورق دیوار دارای رفتار غیرخطی هندسی با مصالح الاستیک خطی است. آن‌ها با استفاده از معادلات ورق فون‌کارمن^۱ و حل آن و همچنین استفاده از معیار فون‌میسز^۲، نیروی برشی حد تسلیم ورق

دیوار و در ادامه خیز حداکثر متناظر با آن را به‌دست آورده‌اند. معادلات فون‌کارمن با دو رابطه دیفرانسیل غیرخطی مرتبه چهارم همبسته بیان می‌شوند [۴۰].

روش گالرکین^۳ به‌عنوان یک روش نیمه‌تحلیلی برای حل معادلات فون‌کارمن برای ورق دیوار سیستم دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در یک طبقه میانی به‌کار گرفته شده است [۴۱-۴۴]. این حل منجر به به‌دست‌آوردن مجهولات معادلات فون‌کارمن (تابع خیز و تنش ایری) در سطوح مختلف بارگذاری در ناحیه پس‌کمانش الاستیک ورق دیوار می‌شود که با به‌دست‌آمدن این مجهولات و استفاده از معیار فون‌میسز، خیز ماکزیمم حد الاستیک ورق به‌دست می‌آید.

درحالی‌که روش‌های سستی برای محاسبه ظرفیت برشی و تغییرشکل‌های دیوارهای برشی فولادی مزایایی را ارائه می‌دهند، معایب قابل‌توجهی نیز دارند؛ این معایب شامل هزینه‌های بالای مرتبط با آزمایش‌ها، پیچیدگی‌های موجود در مدل‌سازی‌ها، حل معادلات پیچیده و نیاز به فرضیات زیاد مربوط به ساده‌سازی است. یادگیری ماشین (ML)^۴ به‌عنوان رویکردی مؤثر و اقتصادی در مهندسی سازه، با قابلیت تحلیل پایگاه‌های داده پیچیده، روش‌های نوینی را در این زمینه ارائه می‌دهد. امروزه، با وجود الگوریتم‌های پیشرفته و سخت‌افزارهای قدرتمند، یادگیری ماشین به‌طور گسترده‌ای در مهندسی به‌ویژه در ساخت و طراحی، مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم‌های بهبودیافته و قابلیت‌های محاسباتی پیشرفته به یادگیری ماشین این امکان را می‌دهد که پایگاه‌های داده پیچیده را تحلیل کند و نحوه برخورد مهندسان با چالش‌ها را در این زمینه‌ها متحول نماید.

بایپور و همکاران به پیش‌بینی ظرفیت برشی دیوار برشی فولادی با بازشوهای مستطیلی با استفاده از یادگیری ماشین پرداختند [۴۵]. آن‌ها سه مدل یادگیری ماشین، شامل SGD، DT و RF را به‌کار گرفتند تا ظرفیت برشی دیوار برشی فولادی را پیش‌بینی نمایند. در میان این مدل‌ها، مدل SGD بهترین عملکرد را از خود نشان داد و به‌عنوان بهترین مدل برای این مجموعه داده‌ها شناسایی شد.

بابلی‌نژاد و همکاران الگوریتم‌های یادگیری ماشین را برای پیش‌بینی ظرفیت برشی و رفتار دیوارهای برشی فولادی با ورق‌های موج‌دار به‌کار گرفتند [۴۶]. آن‌ها تکنیک‌های مختلف

³ Galerkin

⁴ Machine Learning

¹ von Karman

² von Mises

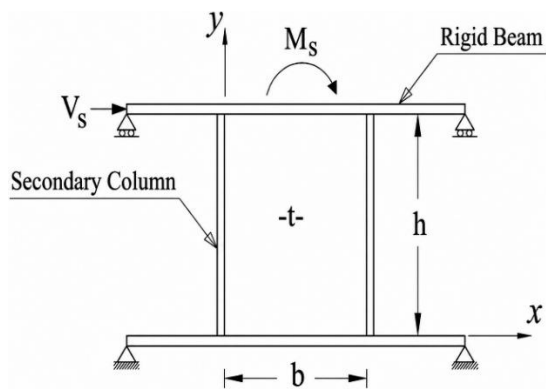
۲- مدل سازه‌ای دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید و حل

معادلات فون‌کارمن

در مدل سازه‌ای دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید، ورق دیوار به‌عنوان یک صفحه نازک فرض می‌شود که لبه‌های موازی آن دارای شرایط مرزی متفاوت هستند. در واقع در محل اتصال دیوار به تیرهای طبقات، تکیه‌گاه ساده و در محل اتصال دیوار به ستون‌های فرعی، لبه آزاد سخت‌شده فرض شده است. یک تابع سینوسی به‌عنوان تابع تغییرشکل که شرایط مرزی را ارضا می‌کند در نظر گرفته می‌شود [۱۸].

شکل (۲) یک طبقه میانی از دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید را نشان می‌دهد. فرض شده است که تیرهای بالایی و پایینی طبقات به‌صورت کاملاً صلب هستند و اتصال مفصلی بین آن‌ها و ستون‌های اصلی وجود دارد. نیروهای جانبی طبقات بالاتر، نیروی برشی طبقه (V_s) و لنگر واژگونی (M_s) را ایجاد می‌کنند. عرض، ارتفاع و ضخامت ورق دیوار به‌ترتیب b ، h و t هستند. M_s و V_s به‌ترتیب تنش‌های برشی (τ_{xy}) و تنش‌های خمشی (σ_y) بر روی لبه‌های بالایی و پایینی ورق دیوار ایجاد می‌کنند که در شکل (۳) نشان داده شده است.

شکل (۴) ورق دیوار را با شرایط مرزی آن نشان می‌دهد. ستون‌های فرعی به‌صورت فنرهای خطی گسترده در دو جهت عمودی (x و z) فرض شده‌اند. سختی محوری فنرها متناظر با ممان اینرسی ستون‌های فرعی (I_{xx} و I_{zz}) است.



شکل ۲- یک طبقه میانی تحت بارهای جانبی [۱۸]

یادگیری ماشین، از جمله رگرسیون خطی (LR)، SVM، DT، RF، XGBoost و ANN را مورد استفاده قرار دادند.

موسوی و همکاران با استفاده از تکنیک‌های یادگیری ماشین مانند رگرسیون و شبکه‌های عصبی، طراحی دیوار برشی فولادی را مورد بررسی قرار دادند [۴۷]. آن‌ها از یک شبکه عصبی مصنوعی (ANN) برای پیش‌بینی پارامترهای هندسی دیوارهای برشی فولادی یک‌طبقه استفاده کرده‌اند و با مقایسه نتایج نشان دادند که شبکه عصبی بهترین عملکرد را دارد و مقادیر ضریب تعیین برای داده‌های آموزشی و آزمایشی به‌ترتیب ۰/۹۳۹ و ۰/۹۳۶ به‌دست آمد.

شین^۲ و کیم^۳ با استفاده از یادگیری ماشین به پیش‌بینی منحنی‌های چرخه‌ای دیوارهای برشی فولادی با دو لبه گیردار پرداختند [۴۸].

با وجود این مطالعات، تاکنون پیش‌بینی و تخمین خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است. برای مهندسان سازه و معماری، درک دقیق از خیز ورق دیوار، بسیار حائز اهمیت است. در این مطالعه، پنج الگوریتم برای پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها استفاده شده است. با توجه به روش بیان‌شده، یک پایگاه داده ایجاد شده است که در آن پارامترهای اساسی تأثیرگذار بر خیز ورق دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها مانند عرض دیوار (b)، ارتفاع دیوار (h)، ضخامت ورق (t)، لنگر واژگونی (M_s) و ستون فرعی (2UNP) مدنظر قرار گرفته‌اند. یک دامنه کاربردی برای هر ویژگی تعریف و ۱۵۰ مدل شبیه‌سازی شده‌اند تا روابط دقیق بین متغیرها و در نتیجه پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار (W_{me}) حاصل شود. پنج مدل یادگیری ماشین برای پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک بر روی این پایگاه داده، اعمال و ارزیابی شده‌اند. نتایج نشان‌دهنده کارایی این رویکرد در پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار است. همچنین، تأثیر نسبی پارامترهای مختلف بر خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار، رتبه‌بندی و تحلیل شده است و در ادامه، یک فرمول ریاضی برای پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک با استفاده از رگرسیون چندجمله‌ای^۴ توسعه داده شده است.

¹ Linear Regression

² Shin

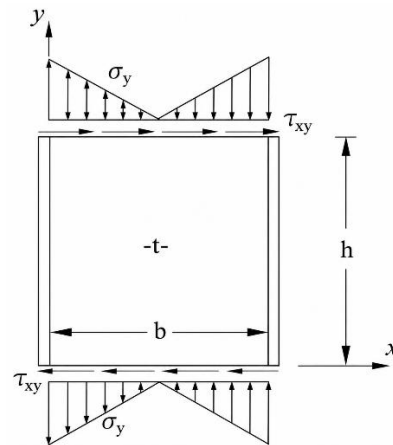
³ Kim

⁴ Polynomial Regression

$$y = 0, h \Rightarrow \begin{cases} M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$x = 0 \Rightarrow \begin{cases} M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \\ V_x - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] = kw(0, y) \end{cases} \quad (4)$$

$$x = b \Rightarrow \begin{cases} M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \\ V_x - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] = kw(b, y) \end{cases} \quad (5)$$



شکل ۳- تنش‌های برشی و خمشی اعمال شده بر لبه‌های ورق دیوار

[۱۸]

در روابط (۴) و (۵)، (k) سختی فنرهای عمود بر صفحه در شکل (۴) است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$k = \begin{cases} \frac{48EI_{xx}}{y^3} & ; y < \frac{h}{2} \\ \frac{48EI_{xx}}{(h-y)^3} & ; y \geq \frac{h}{2} \end{cases} \quad (6)$$

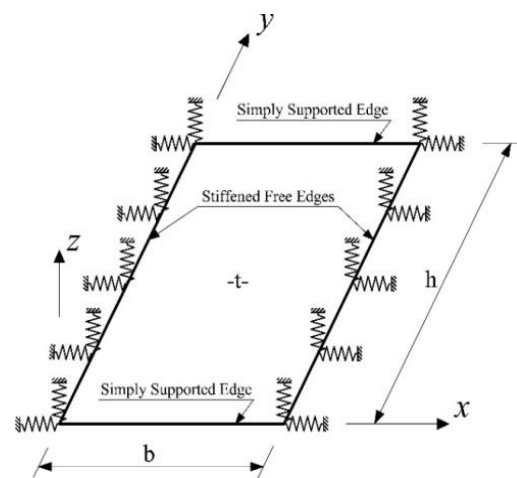
که (I_{xx}) ممان اینرسی مقطع ستون فرعی حول محور x است. با توجه به روش نیمه تحلیلی گالرکین، برای تابع تغییرشکل از توابع سینوسی در رابطه (۷) استفاده شده است.

$$w(x, y) = A \left[\sin \frac{\pi x}{b} \sin \left(\frac{m\pi x}{b} - \frac{m\pi \alpha y}{h} \right) + \beta \right] \sin \frac{\pi y}{h} \quad (7)$$

که (A) پارامتر مجهول است؛ $(m \geq 3)$ تعداد نیم‌موج‌ها در راستای میدان کشش که برای کماتش متقارن ورق دیوار به صورت اعداد فرد در نظر گرفته شده و $(\alpha = 1/3)$ مقدار ثابت برای تنظیم کردن زاویه میدان کشش است [۱۸]. همچنین $(\beta = \beta(y))$ برای نشان دادن تغییرمکان خارج از صفحه ستون‌های فرعی استفاده شده است. تابع تغییرشکل پیشنهاد شده، رابطه (۳) و قسمت اول روابط (۴) و (۵) را ارضا می‌کند. با توجه به رابطه (۷)، $w(0, y) = w(b, y) = A\beta \sin \frac{\pi y}{h}$ و با استفاده از بخش دوم رابطه (۴) (یا رابطه (۵))، β تعیین می‌شود:

$$\beta(y) = \frac{D\pi^3}{k b h^2} [r^2(1 + 3m^2) + 2 - \nu] \sin \frac{m\pi y}{h} \quad (8)$$

که $(r = \frac{h}{b})$ نسبت ورق دیوار است. در مرجع [۱۸] نشان داده شده است که برای دیوارهای برشی فولادی نیمه مقید معمول، β



شکل ۴- مدل سازه‌ای ورق دیوار

[۱۸]

روابط (۱) و (۲)، معادلات فون کارمن را نشان می‌دهند که تابع تغییرمکان خارج از صفحه (w) و تابع تنش ابری (F)، توابع مجهول هستند. معادلات (۱) و (۲) به ترتیب از شرایط تعادل و سازگاری به دست می‌آیند [۴۰].

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \frac{t}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (2)$$

$(D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)})$ سختی خمشی، (E) به ترتیب مدول الاستیسیته و ضریب پواسون فولاد هستند. بر اساس دستگاه مختصات تعریف شده در شکل (۴)، شرایط مرزی هندسی ورق دیوار به صورت روابط (۳) الی (۵) بیان می‌شود.

روش گالرکین برای رابطه (۱) به کار برده می‌شود تا ضریب مجهول A به دست آید.

از آنجا که روش تحلیلی ارائه شده برای ناحیه پس‌کمانشی الاستیک کاربردی است، بار جانبی تا تسلیم شدن اولین نقطه از ورق، قابل افزایش است. بنابراین نیروی برشی حدی که معادلات (۱) و (۲) را ارضا می‌کند، به دست می‌آید. چون معیار فون‌میزس سازگاری خوبی با مصالح شکل‌پذیر دارد، رابطه (۱۶) برای تعیین مقدار تنش در نقاط مختلف ورق دیوار استفاده می‌شود.

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2} \quad (16)$$

که (σ_e) شدت تنش معادل، (σ_x) ، (σ_y) و (τ_{xy}) تنش‌های درون صفحه‌ای هستند. برای پیدا کردن مختصات نقاط بحرانی که تسلیم از آنجا شروع می‌شود، معادلات (۱۷) باید به طور هم‌زمان حل شوند.

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_e}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_e}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

دستگاه معادلات فوق، به علت پیچیدگی‌های روابط موجود، حل صریح نداشته و باید به صورت عددی حل شود. بعد از آن، بار جانبی افزایش داده می‌شود تا این نقطه به تنش تسلیم (f_y) برسد. به عبارتی دیگر، نقطه ماکزیمم مطلق، اولین نقطه‌ای است که رابطه (۱۸) را ارضا می‌کند.

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right)^2 - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + 3\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}\right)^2 = f_y^2 \quad (18)$$

جدول (۱)، مقایسه بین نتایج روش تحلیلی و اجزای محدود (مدل‌سازی با نرم‌افزار Abaqus) که شامل خیز حداکثر حد الاستیک زمانی که سیستم تحت بار برشی حدی تسلیم است را نشان می‌دهد. مقایسه انجام شده نشان می‌دهد که سازگاری مناسبی بین دو روش وجود دارد.

مقدار قابل اغماضی نسبت به دیگر پارامترها در رابطه (۷) دارد و به همین دلیل از آن صرف‌نظر می‌شود. به عبارتی دیگر، ستون‌های فرعی، تغییر مکان خارج از صفحه قابل توجهی قبل از اولین نقطه از تسلیم ورق ندارند. سرانجام رابطه (۷) اصلاح شده و به صورت رابطه (۹) بیان می‌شود. بدین ترتیب می‌توان ورق دیوار را به صورت چهار لبه ساده در نظر گرفت.

$$w(x, y) = A \sin \frac{\pi x}{h} \sin \frac{\pi y}{h} \sin \left(\frac{m\pi x}{h} - \frac{m\pi a y}{h} \right) \quad (9)$$

با توجه به شکل (۳)، رابطه (۱۰) شرایط مرزی نیرویی ورق دیوار را بیان می‌کند.

$$y = 0, h \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\tau \\ \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\frac{M_y}{I_s} \left(x - \frac{b}{2} \right) \end{cases} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰):

$$\tau = \tau_{xy} = \frac{V_s}{bt} \quad (11)$$

$$M_y = M_s + V_s(h - y) \quad (12)$$

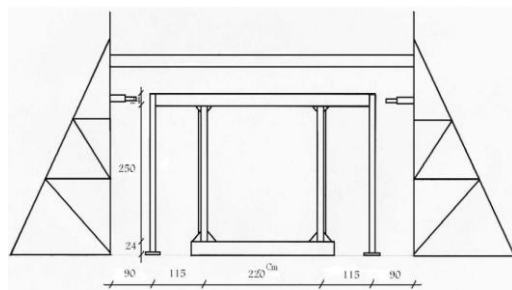
$$I_s = \frac{tb^3}{12} + 2 \left[I_{zz} + A_c \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right] \quad (13)$$

در رابطه (۱۲)، (M_y) لنگر خمشی درون صفحه‌ای است که تنش‌های کششی و فشاری در راستای y ایجاد می‌کند. در رابطه (۱۳)، (I_s) ممان اینرسی کل مقطع SSSW، (I_{zz}) ممان اینرسی ستون فرعی حول محور z و (A_c) مساحت مقطع عرضی ستون فرعی هستند. رابطه (۱۰) برای پیدا کردن حل همگن معادله (۲) به کار می‌رود که به صورت رابطه (۱۴) بیان شده است. این حل، تابع تنش ایری (F_h) را قبل از کمانش ورق توصیف می‌کند.

$$F_h = -\tau_{xy}xy - \frac{M_s + V_s(h - y)}{12 I_s} x^2(2x - 3b) \quad (14)$$

برای پیدا کردن حل خصوصی رابطه (۲) که با (F_p) نشان داده می‌شود، رابطه (۹) در سمت راست رابطه (۲) جای‌گذاری می‌شود. در نهایت، تابع تنش ایری (F) به دست می‌آید:

$$F = F_h + F_p \quad (15)$$



(ب)

شکل ۵- الف) شکل آزمایشگاهی و ب) شکل شماتیک دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید محرمی و همکاران [۱۴ و ۱۷]

در جدول (۲) مشخصات دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید و در جدول (۳) مشخصات مکانیکی مدل مورد آزمایش توسط محرمی و همکاران ارائه شده است.

جدول ۲- مشخصات دیوار برشی فولادی نیمه‌مقید در آزمایش محرمی و همکاران [۱۴ و ۱۷]

عرض	مقطع	مقطع	ضخامت
دهانه	تیر	ستون	ورق
دیوار	دیوار	اصلی	فرعی
(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
2UNP120	2IPE160	IPE240	۲
۴۵۰۰	۲۲۰۰	۲۷۴۰	

جدول ۳- مشخصات مکانیکی اعضای فولادی در آزمایش محرمی و همکاران [۱۴ و ۱۷]

المان‌ها	تنش نهایی (MPa)	تنش تسلیم (MPa)	مدول الاستیسیته (GPa)
تیر	۴۵۰	۳۶۰	۲۰۰
ستون اصلی	۴۵۰	۳۶۰	۲۰۰
ستون فرعی	۴۵۰	۳۶۰	۲۰۰
ورق	۳۰۰	۲۴۰	۲۰۰

جدول ۱- مقایسه بین نتایج روش تحلیلی و اجزای محدود

خیز حداکثر حد الاستیک ورق (mm)						
اختلاف (%)	مدل اجزای محدود	روش تحلیلی	ستون فرعی (2UNP)	ضخامت ورق دیوار (mm)	ارتفاع دیوار (mm)	عرض دیوار (mm)
۴/۳	۱۵/۷	۱۵/۰۳	۸۰	۲	۲۷۰۰	۱۸۰۰
۸/۹	۱۶/۱	۱۴/۶۶	۱۰۰	۳	۲۷۰۰	۱۸۰۰
۱۲/۵	۱۶/۳	۱۴/۲۶	۱۰۰	۴	۲۷۰۰	۱۸۰۰
۱۵/۲	۱۶/۴	۱۳/۹	۱۲۰	۵	۲۷۰۰	۱۸۰۰
۳/۵	۱۵/۹	۱۶/۴۶	۸۰	۲	۲۷۰۰	۲۱۰۰
۱/۵	۱۶/۴	۱۶/۱۶	۱۰۰	۳	۲۷۰۰	۲۱۰۰
۵/۲	۱۶/۵	۱۵/۶۴	۱۰۰	۴	۲۷۰۰	۲۱۰۰
۹/۷	۱۶/۸	۱۵/۱۷	۱۲۰	۵	۲۷۰۰	۲۱۰۰
۹	۱۶/۲	۱۷/۶۶	۸۰	۲	۲۷۰۰	۲۴۰۰
۵/۲	۱۶/۵	۱۷/۳۶	۱۰۰	۳	۲۷۰۰	۲۴۰۰
۳/۴	۱۷/۵	۱۶/۹	۱۰۰	۴	۲۷۰۰	۲۴۰۰
۷/۹	۱۷/۹	۱۶/۴۸	۱۲۰	۵	۲۷۰۰	۲۴۰۰

به منظور صحت‌سنجی نرم‌افزار Abaqus، نمونه ساخته شده توسط محرمی و همکاران [۱۴ و ۱۷] که در شکل (۵) نشان داده شده، مدل‌سازی شده است و منحنی نیرو-جابجایی به دست آمده از نرم‌افزار با نتایج آزمایش محرمی و همکاران مقایسه شده که در شکل (۶) نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل (۶) مشخص است سازگاری مناسبی بین نتایج به دست آمده از مدل اجزای محدود و نتایج آزمایش وجود دارد.



(الف)

پیاده‌سازی الگوریتم‌ها و NumPy، Pandas و Matplotlib به‌ترتیب برای پردازش داده‌ها و رسم نمودارها.

۳-۱- داده‌ها و پارامترهای ورودی

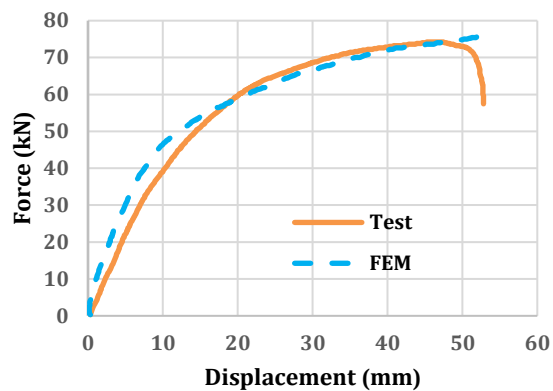
پایگاه داده این تحقیق شامل ۱۵۰ نمونه تحلیلی است که از حل معادلات فون‌کارمن به دست آمده‌اند. برای هر نمونه، پنج پارامتر سازه‌ای به‌عنوان ویژگی‌های ورودی و خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار به‌عنوان خروجی ثبت شده است. این پارامترها شامل عرض دیوار، ارتفاع دیوار، ضخامت ورق فولادی، لنگر واژگونی ناشی از بار جانبی طبقات بالاتر و ستون‌های فرعی است.

پایگاه داده به‌صورت تصادفی به دو بخش تقسیم شده است. مجموعه آموزش شامل ۸۰ درصد از داده‌ها، معادل ۱۲۰ نمونه بوده که برای آموزش الگوریتم‌ها استفاده شده است. مجموعه آزمون نیز شامل ۲۰ درصد باقی‌مانده، معادل ۳۰ نمونه بوده که برای ارزیابی قدرت تعمیم‌پذیری مدل به‌کار رفته است. قبل از آموزش، تمامی ویژگی‌های ورودی با استفاده از روش استانداردسازی نرمال شده‌اند تا از تأثیر نامتوازن مقیاس‌های مختلف جلوگیری شود. این فرآیند باعث می‌شود که هر ویژگی میانگین صفر و واریانس یک داشته باشد. جدول (۴) مشخصات کامل پارامترهای ورودی و محدوده تغییرات آن‌ها را نشان می‌دهد. این محدوده‌ها به‌گونه‌ای انتخاب شده‌اند که طیف وسیعی از پیکربندی‌های دیوارهای برشی فولادی نیمه‌مقید را پوشش دهند.

جدول ۴- پارامترهای ورودی مدل و محدوده تغییرات

پارامترهای ورودی	محدوده تغییرات
عرض دیوار (mm)	۱۸۰۰-۳۳۰۰
ارتفاع دیوار (mm)	۲۷۰۰-۳۷۰۰
ضخامت دیوار (mm)	۲-۵
لنگر واژگونی (kN.m)	۰-۱۰۰۰
شعاع زیراسیون ستون‌های فرعی (mm)	۳۱-۷۷

دامنه متغیرهای در نظر گرفته شده برای عرض، ارتفاع و ضخامت ورق دیوار در جدول (۴) با توجه به محدوده کاربردی این متغیرها و مطالعات پارامتریک قبلی بوده است. ستون‌های فرعی استفاده شده دارای کوچک‌ترین مقطع برای دیوار هستند به‌گونه‌ای که کماتش خارج از صفحه تا زمانی که دیوار به ظرفیت برشی نهایی خود برسد در آن اتفاق نمی‌افتد [۱۵ و ۱۷].



شکل ۶- مقایسه منحنی نیرو-جابجایی به‌دست‌آمده از مدل المان محدود با نتایج آزمایش محرمی و همکاران [۱۴ و ۱۷]

۳- استفاده از روش‌های یادگیری ماشین برای پیش‌بینی

مقدار خیز حداکثر حد الاستیک

یادگیری ماشین به‌عنوان شاخه‌ای از هوش مصنوعی، توانایی استخراج الگوهای پیچیده از داده‌ها را بدون نیاز به فرمول‌بندی صریح روابط ریاضی فراهم می‌آورد. در مهندسی سازه، این رویکرد زمانی کارآمد است که مدل‌سازی تحلیلی با پیچیدگی‌های ریاضی قابل‌توجهی روبه‌رو باشد. همان‌طور که در بخش قبل مشاهده شد، حل معادلات فون‌کارمن برای تعیین خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار، مستلزم حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی با مرتبه بالا است. این فرآیند علاوه بر پیچیدگی محاسباتی، نیازمند تخصص عمیق در تحلیل عددی و زمان قابل‌توجهی برای هر پیکربندی سازه‌ای است. در مقابل، الگوریتم‌های یادگیری ماشین می‌توانند با آموزش بر روی یک پایگاه داده جامع از نتایج تحلیلی یا آزمایشگاهی، مدل‌های پیش‌بینی‌کننده سریع و دقیق ایجاد کنند. این مدل‌ها پس از آموزش، قادر هستند در کسری از ثانیه، پاسخ سازه را برای پیکربندی جدید پیش‌بینی نمایند، قابلیت‌هایی که برای طراحی اولیه و بهینه‌سازی، بسیار ارزشمند است. علاوه بر این، یادگیری ماشین نیاز به آزمایش‌های آزمایشگاهی یا تحلیل‌های عددی گسترده را کاهش می‌دهد. با این حال، دستیابی به نتایج قابل‌اعتماد مستلزم دقت در انتخاب الگوریتم، تنظیم دقیق پارامترها، و اعتبارسنجی جامع مدل است تا از بیش‌برازش یا کم‌برازش جلوگیری شود.

تمامی الگوریتم‌های یادگیری ماشین در این پژوهش با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون^۱ (نسخه ۳.۱۰) پیاده‌سازی شده‌اند. کتابخانه‌های اصلی مورد استفاده عبارتند از: scikit-learn برای

^۱ Python

۳-۲- الگوریتم‌های مورد بررسی

برای یافتن بهترین مدل پیش‌بینی، پنج الگوریتم مختلف یادگیری ماشین با ماهیت‌های متفاوت مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این انتخاب به‌گونه‌ای بوده است که طیف وسیعی از رویکردهای یادگیری (از مدل‌های خطی ساده تا روش‌های پیچیده) را پوشش دهد. هر الگوریتم دارای نقاط قوت و ضعف خاص خود است که در ادامه به تفصیل توضیح داده می‌شود.

رگرسیون خطی ساده‌ترین رویکرد مورد استفاده در این تحقیق است که فرض می‌کند رابطه‌ای خطی بین ویژگی‌های ورودی و خروجی برقرار است. در این روش، مدل سعی می‌کند یک خط یا صفحه را به داده‌ها برازش دهد که مجموع مربعات خطاها را به حداقل برساند. این مدل به‌عنوان معیار پایه برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های پیشرفته‌تر انتخاب شده است. اگرچه سادگی آن مزیت محاسباتی دارد و تفسیر نتایج آسان است، اما در مسائلی با روابط غیرخطی، معمولاً دقت کافی ندارد. با این حال، استفاده از این مدل به‌عنوان مرجع مقایسه اهمیت دارد زیرا نشان می‌دهد که چقدر پیچیدگی اضافی در الگوریتم‌های پیشرفته‌تر ضروری و مفید است [۴۹].

رگرسیون چندجمله‌ای برای غلبه بر محدودیت خطی بودن طراحی شده است. در این تحقیق از ویژگی‌های چندجمله‌ای درجه دوم استفاده شده است که ویژگی‌های جدیدی شامل توان‌های مرتبه دوم و جملات تعاملی بین پارامترها ایجاد می‌کند. به عبارت دیگر، علاوه بر پارامترهای اصلی مانند عرض و ضخامت دیوار، مجذور این پارامترها و حاصل ضرب آن‌ها با یکدیگر نیز به‌عنوان ویژگی‌های جدید به مدل اضافه می‌شوند. این رویکرد قادر است روابط غیرخطی و تأثیرات متقابل پارامترها را مدل‌سازی نماید. به‌عنوان مثال، تعامل بین ضخامت ورق و عرض دیوار می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر خیز داشته باشد که در مدل خطی نادیده گرفته می‌شود. اما این مدل نیز محدودیت‌هایی دارد، از جمله افزایش قابل توجه ابعاد فضای ویژگی به دلیل ایجاد ترکیبات مختلف و خطر بیش‌برازش در صورت عدم کنترل مناسب، به‌ویژه زمانی که تعداد نمونه‌های آموزشی محدود باشد [۵۰].

جنگل تصادفی^۱ یک الگوریتم یادگیری گروهی است. این مدل از تعداد زیادی درخت تصمیم‌گیری مستقل تشکیل شده است که هرکدام بر روی یک زیرمجموعه تصادفی از داده‌ها و ویژگی‌ها آموزش می‌بینند. در هر درخت، تصمیم‌گیری‌های متوالی

بر اساس مقادیر ویژگی‌ها انجام می‌شود تا به پیش‌بینی نهایی برسد. پیش‌بینی نهایی جنگل تصادفی از میانگین‌گیری پیش‌بینی‌های تمام درختان به‌دست می‌آید. این رویکرد مقاومت بسیار بالایی در برابر بیش‌برازش دارد زیرا تصادفی‌سازی در انتخاب داده‌ها و ویژگی‌ها باعث می‌شود درختان مختلف، خطاهای متفاوتی داشته باشند که در میانگین‌گیری نهایی خنثی می‌شوند. علاوه بر این، جنگل تصادفی نیاز به پیش‌پردازش کم‌تری دارد و می‌تواند به‌خوبی با داده‌های خام کار کند [۵۱].

تقویت گرادیان^۲ یک روش یادگیری گروهی است که برخلاف جنگل تصادفی، از رویکرد تقویت استفاده می‌کند. در این روش، درختان به‌صورت متوالی ساخته می‌شوند و هر درخت جدید سعی دارد خطاهای درخت‌های قبلی را اصلاح نماید. ابتدا یک مدل اولیه ساده ساخته شده و خطای آن محاسبه می‌شود. سپس یک مدل جدید برای پیش‌بینی همین خطاها آموزش داده می‌شود و با وزن مناسبی به مدل قبلی اضافه می‌شود. این فرآیند تکرار می‌شود تا مدل کلی به‌تدریج دقیق‌تر شود. این الگوریتم معمولاً دقت بالایی دارد و می‌تواند الگوهای پیچیده را به‌خوبی یاد بگیرد، اما نسبت به جنگل تصادفی حساس‌تر به بیش‌برازش است و نیاز به تنظیم دقیق‌تر پارامترهایی مانند نرخ یادگیری و تعداد تقویت‌کننده‌ها دارد [۵۲].

XGBoost که مخفف تقویت گرادیان فوق‌العاده است، پیشرفته‌ترین نسخه تقویت گرادیان محسوب می‌شود. این الگوریتم از تکنیک‌های بهینه‌سازی پیشرفته‌ای استفاده می‌کند که آن را از نسخه‌های قبلی متمایز می‌کند. مهم‌ترین ویژگی این روش، استفاده از منظم‌سازی خودکار است که با اعمال جریمه به مدل‌های پیچیده، از بیش‌برازش جلوگیری می‌کند. علاوه بر این، استفاده از اطلاعات مشتقات مرتبه دوم در فرآیند بهینه‌سازی باعث می‌شود الگوریتم سریع‌تر و با دقت بیشتری به جواب بهینه همگرا شود. قابلیت پردازش موازی در این الگوریتم نیز سرعت آموزش را به‌طور چشم‌گیری افزایش می‌دهد. با این حال، تعداد زیاد پارامترهای قابل تنظیم نیازمند دقت بیشتری در بهینه‌سازی است [۵۳].

۳-۳- تنظیم ابرپارامترها

انتخاب ابرپارامترهای مناسب، نقش مهمی در کیفیت مدل‌های یادگیری ماشین دارد. در این پژوهش، پارامترهای هر مدل

² Gradient Boosting

¹ Random Forest

بر اساس آزمون‌های مقایسه‌ای و اعتبارسنجی متقابل تنظیم شده‌اند. جدول (۵) ابرپارامترهای نهایی هر مدل را نشان می‌دهد.

جدول ۵- ابرپارامترهای مدل‌های یادگیری ماشین

مدل	ابروپارامتر	مقدار
رگرسیون خطی	بدون ابرپارامتر قابل تنظیم	-
رگرسیون	درجه چندجمله‌ای	۲
چندجمله‌ای	ضریب منظم‌سازی (α)	۱۰
جنگل تصادفی	تعداد درخت‌ها	۳۰۰
	حداکثر عمق درخت	۶
	حداقل نمونه در برگ	۳
تقویت گرادیان	تعداد مراحل تقویت	۳۰۰
	نرخ یادگیری	۰/۰۵
	حداکثر عمق درخت	۲
	حداقل نمونه در برگ	۳
XGBoost	تعداد مراحل	۳۰۰
	نرخ یادگیری	۰/۰۳
	حداکثر عمق درخت	۳
	نسبت نمونه‌برداری	۰/۸
	نسبت ویژگی در هر درخت	۰/۸
	ضریب منظم‌سازی L1	۱
	ضریب منظم‌سازی L2	۵

برای رگرسیون خطی، به دلیل ساختار پارامتری ساده، هیچ ابرپارامتر قابل تنظیمی وجود ندارد و مدل به طور مستقیم بر روی داده‌های استاندارد شده، آموزش دیده است.

در رگرسیون چندجمله‌ای، فرآیند آموزش در سه مرحله متوالی انجام شده است. ابتدا داده‌های ورودی استانداردسازی شده‌اند، سپس ویژگی‌های درجه دوم شامل جملات مربعی و تعاملی تولید شده و در مرحله آخر رگرسیون Ridge با ضریب منظم‌سازی $\alpha=10$ به کار گرفته شده است. استفاده از Ridge از رشد بی‌رویه ضرایب در فضای ویژگی گسترش یافته جلوگیری کرده و خطر بیش‌برازش را به طور مؤثری کاهش می‌دهد.

در الگوریتم‌های مبتنی بر درخت، عمق درخت و حداقل تعداد نمونه در هر برگ، مهم‌ترین پارامترهای کنترل‌کننده بیش‌برازش هستند. در جنگل تصادفی، حداکثر عمق درخت روی ۶ و حداقل نمونه در هر برگ روی ۳ تنظیم شد تا از بیش‌برازش مدل بر روی داده‌های آموزشی جلوگیری شود. در الگوریتم تقویت گرادیان،

درختان کم عمق با حداکثر عمق ۲ و نرخ یادگیری ۰/۰۵ به کار گرفته شدند. این ترکیب، یادگیری تدریجی و کنترل شده را تضمین می‌کند و از همگرایی سریع به جوابی با بیش‌برازش جلوگیری می‌نماید. در XGBoost، علاوه بر محدودیت عمق و نرخ یادگیری، دو ضریب منظم‌سازی L1 و L2 به صورت هم‌زمان اعمال شدند تا پیچیدگی مدل در طول آموزش به طور خودکار کنترل شود. افزون بر این، نسبت نمونه‌برداری تصادفی از داده‌ها و ویژگی‌ها در ساخت هر درخت روی ۰/۸ تنظیم شد که تنوع میان درختان را افزایش داده و پایداری کلی مدل را بهبود می‌بخشد.

۳-۴- معیارهای ارزیابی

برای ارزیابی جامع عملکرد مدل‌ها، از چهار معیار استاندارد استفاده شده است که هر کدام جنبه خاصی از دقت و پایداری مدل را اندازه‌گیری می‌کنند.

- ضریب تعیین (R^2):^۱ این معیار نشان می‌دهد که چه درصدی از تغییرات داده‌های خروجی توسط مدل توضیح داده می‌شود. مقدار این شاخص بین صفر و یک قرار دارد و هر چه به یک نزدیک‌تر باشد، بیانگر برازش بهتر مدل با داده‌ها است.
- میانگین قدرمطلق خطا (MAE):^۲ این شاخص، میانگین قدرمطلق اختلاف مقادیر پیش‌بینی شده و واقعی را محاسبه می‌کند. به دلیل استفاده از قدرمطلق، تحت تأثیر خطاهای بسیار بزرگ قرار نمی‌گیرد. بنابراین MAE معیاری قابل فهم و مستقیم از میزان خطای متوسط مدل ارائه می‌دهد.
- جذر میانگین مربعات خطا (RMSE):^۳ این معیار با مجذور کردن خطاها پیش از میانگین‌گیری، وزن بیشتری به خطاهای بزرگ اختصاص می‌دهد و در نتیجه نسبت به MAE حساس‌تر است. RMSE برای شناسایی مدل‌هایی که در برخی موارد دارای پیش‌بینی‌های با خطای زیاد هستند، بسیار کاربردی است.
- اعتبارسنجی متقابل (CV):^۴ به منظور ارزیابی پایداری و قابلیت تعمیم مدل‌ها، از روش اعتبارسنجی متقابل استفاده شده است. در این روش، داده‌ها به چند بخش تقسیم شده و مدل در چندین مرحله آموزش و ارزیابی

^۱ R-Squared

^۲ Mean Absolute Error

^۳ Root Mean Squared Error

^۴ Cross Validation

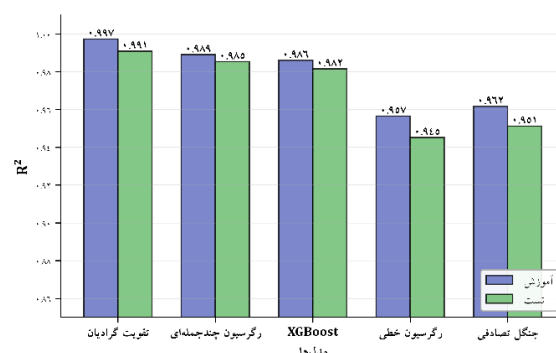
می‌شود. میانگین مقدار R^2 در بخش‌های مختلف، نمایانگر عملکرد کلی مدل و انحراف معیار آن نشان‌دهنده میزان پایداری مدل در برابر تغییرات داده‌های آموزشی است. هرچه میانگین CV بالاتر و انحراف معیار آن کم‌تر باشد، مدل از قابلیت تعمیم‌پذیری و ثبات بیش‌تری برخوردار است.

۴- نتایج و تحلیل

در این بخش، پنج نمودار جامع برای تحلیل دقیق عملکرد مدل‌ها، شناسایی الگوها و بررسی کیفیت پیش‌بینی‌ها ارائه می‌شود. هر نمودار جنبه خاصی از عملکرد الگوریتم‌ها را نشان می‌دهد و امکان مقایسه جامع بین روش‌های مختلف را فراهم می‌آورد.

۴-۱- نمودار مقایسه ضریب تعیین (R^2) مدل‌ها

شکل (۷) مقایسه مستقیم ضریب تعیین مدل‌های مختلف را بر روی داده‌های آموزش و آزمون نشان می‌دهد. این نمودار میله‌ای دوتایی امکان بررسی هم‌زمان دقت برازش و قابلیت تعمیم هر مدل را فراهم می‌کند. نزدیکی مقادیر آموزش و آزمون، نشان‌دهنده پایداری مدل و نبود بیش‌برازش قابل‌توجه است؛ درحالی‌که اختلاف زیاد میان این دو مقدار می‌تواند نشانه یادگیری بیش از حد داده‌های آموزشی باشد.



شکل ۷- نمودار مقایسه R^2 برای داده‌های آموزش و آزمون در تمام مدل‌ها

نتایج نشان می‌دهد که مدل تقویت گرادیان با ضریب تعیین ۰/۹۹۷ برای داده‌های آموزش و ۰/۹۹۱ برای داده‌های آزمون، بالاترین دقت کلی را ارائه داده است. اختلاف ۰/۰۰۶ واحدی بین این دو مقدار نشان می‌دهد که مدل ضمن یادگیری دقیق الگوهای موجود در داده، توانسته قابلیت تعمیم مناسبی نیز حفظ کند. این عملکرد برتر ناشی از ماهیت تکراری الگوریتم تقویت گرادیان است که در هر مرحله بر روی اصلاح خطاهای مدل‌های قبلی تمرکز می‌کند.

رگرسیون خطی با ضریب تعیین ۰/۹۵۷ برای داده‌های آموزش و ۰/۹۴۵ برای داده‌های آزمون، عملکرد پایدار و متعادلی دارد. اختلاف ۰/۰۱۲ واحدی بین این دو مقدار نشان می‌دهد که این مدل مشکل بیش‌برازش قابل‌توجهی ندارد؛ اگرچه دقت کلی آن نسبت به سایر مدل‌های پیشرفته‌تر، پایین‌تر است. این رفتار منطقی است زیرا مدل خطی به دلیل سادگی ذاتی خود، توانایی محدودی در یادگیری الگوهای غیرخطی و روابط پیچیده بین متغیرهای ورودی دارد. با این حال، این سادگی می‌تواند در برخی کاربردها که تفسیرپذیری مدل اهمیت دارد، مزیت محسوب شود.

رگرسیون چندجمله‌ای عملکرد برجسته‌ای با ضریب تعیین ۰/۹۸۹ برای آموزش و ۰/۹۸۵ برای آزمون نشان داده است. اختلاف تنها ۰/۰۰۴ واحدی بین داده‌های آموزش و آزمون، کم‌ترین میزان بیش‌برازش را در میان تمام مدل‌ها نشان می‌دهد. این نتیجه بیانگر آن است که مدل نه تنها الگوهای غیرخطی را به خوبی یاد گرفته، بلکه قادر به تعمیم مناسب آن الگوها به داده‌های جدید نیز است. این نتیجه تأیید می‌کند که استفاده از ویژگی‌های چندجمله‌ای درجه دوم برای این مسأله خاص بسیار مناسب بوده است.

الگوریتم جنگل تصادفی با ضریب تعیین ۰/۹۶۲ برای آموزش و ۰/۹۵۱ برای آزمون، عملکرد قابل‌قبولی از خود نشان داده است. اختلاف ۰/۰۱۱ واحدی بین آموزش و آزمون نشان‌دهنده وجود مقداری بیش‌برازش است. این امر می‌تواند ناشی از اندازه نسبتاً محدود مجموعه داده باشد که مدل‌های مبتنی بر درخت به دلیل ماهیت غیرپارامتری خود در چنین شرایطی ممکن است عملکرد بهینه نداشته باشند.

الگوریتم XGBoost با ضریب تعیین ۰/۹۸۶ برای آموزش و ۰/۹۸۲ برای آزمون، عملکرد بسیار خوبی را نشان داده است. اختلاف اندک ۰/۰۰۴ واحدی بین آموزش و آزمون، نشان‌دهنده تعادل مناسب بین یادگیری و تعمیم است. با این حال، عملکرد این مدل در مقایسه با رگرسیون چندجمله‌ای و تقویت گرادیان، کمی پایین‌تر است که نشان می‌دهد پیچیدگی اضافی این الگوریتم پیشرفته لزوماً به بهبود قابل‌توجه عملکرد منجر نمی‌شود.

۴-۲- نمودار مقایسه معیارهای خطا

شکل (۸) معیارهای جامع ارزیابی عملکرد مدل‌ها شامل ضریب تعیین برای داده‌های آموزش و آزمون، نتایج اعتبارسنجی متقابل و معیارهای خطا را نشان می‌دهد. این معیارها در کنار یکدیگر تصویر کاملی از توانایی هر مدل در یادگیری، تعمیم و پایداری ارائه می‌دهند.



شکل ۸- مقایسه RMSE و MAE و میانگین CV برای پنج مدل

۴-۳- نمودار مقدار واقعی در مقابل پیش‌بینی شده

شکل (۹) شامل پنج زیرنمودار است که هر کدام نمودار پراکنش مقادیر واقعی در مقابل پیش‌بینی شده برای یک مدل را نمایش می‌دهند. خط مورب نقطه‌چین نشان‌دهنده پیش‌بینی کامل است که در آن مقادیر پیش‌بینی شده دقیقاً با مقادیر واقعی برابر هستند. هرچه نقاط به این خط نزدیک‌تر باشند، دقت مدل بالاتر است.

مدل تقویت گرادیان با ضریب تعیین آزمون 0.991 ، میانگین CV برابر 0.984 (انحراف معیار 0.0079) و کم‌ترین خطا، بهترین عملکرد را نشان داده است. نسبت RMSE به MAE برابر $1/35$ بیانگر توزیع یکنواخت خطاها است.

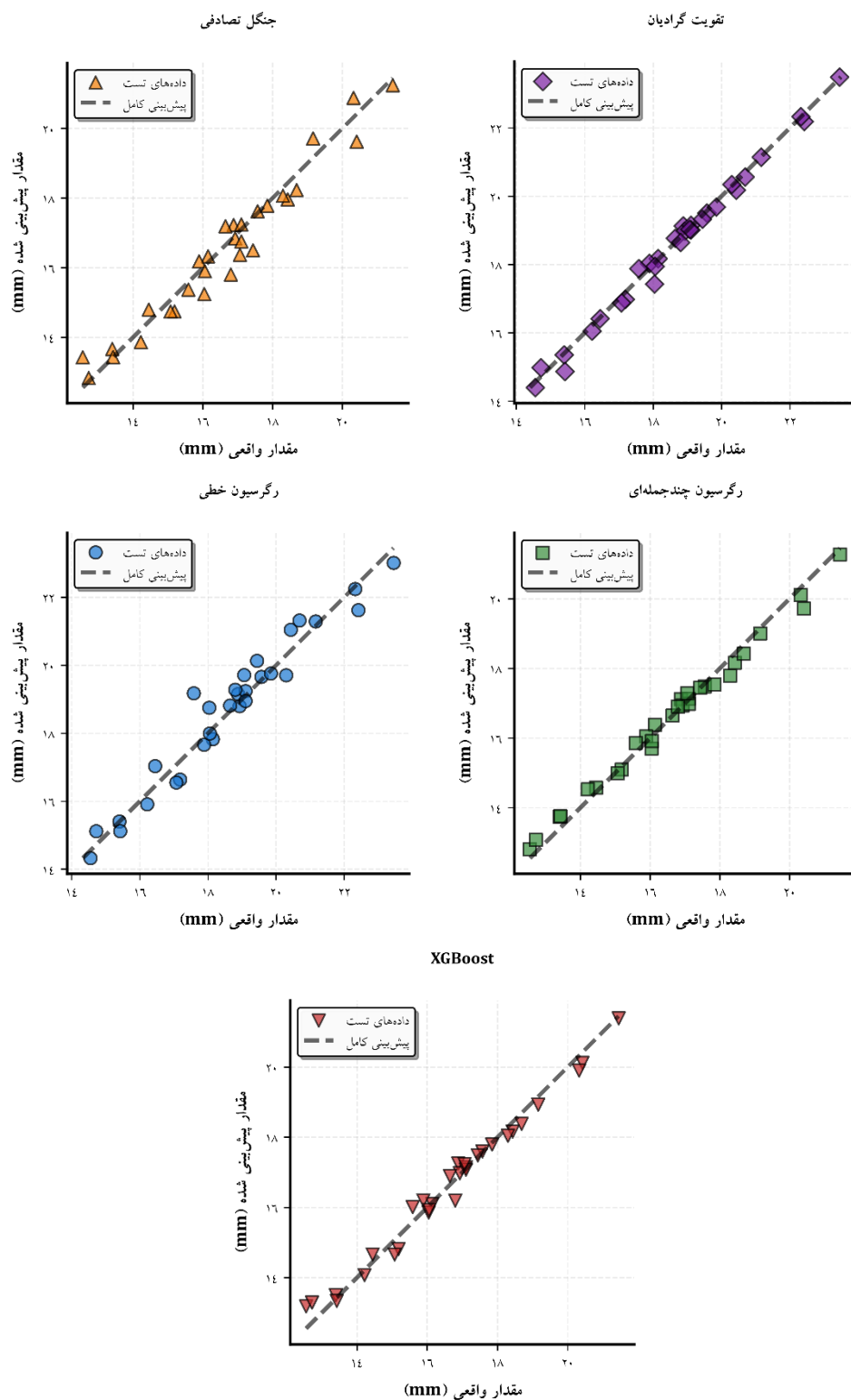
رگرسیون چندجمله‌ای با ضریب تعیین آزمون 0.985 ، میانگین CV برابر 0.982 و کم‌ترین انحراف معیار (0.0033)، بالاترین پایداری را دارد. اختلاف تنها 0.004 واحدی بین ضریب تعیین آموزش و آزمون، کم‌ترین بیش‌برازش را نشان می‌دهد. مقادیر خطا نیز در سطح بسیار مطلوبی قرار دارند. ترکیب دقت بالا، پایداری استثنایی و سادگی نسبی، این مدل را برای کاربردهای صنعتی مناسب می‌کند.

الگوریتم XGBoost با ضریب تعیین آزمون 0.982 و میانگین CV برابر 0.965 (انحراف معیار 0.019)، عملکرد خوبی دارد اما پایداری آن نسبت به دو مدل قبلی کم‌تر است. مقادیر خطا در سطح قابل قبول قرار دارند.

رگرسیون خطی با ضریب تعیین آزمون 0.945 و میانگین CV برابر 0.949 (انحراف معیار 0.0061)، پایداری خوب اما دقت پایینی دارد. مقادیر خطا، بالاترین مقادیر را نشان می‌دهند که ناشی از عدم توانایی در مدل‌سازی روابط غیرخطی است.

الگوریتم جنگل تصادفی با ضریب تعیین آزمون 0.951 ، میانگین CV برابر 0.901 و بالاترین انحراف معیار (0.032)، کم‌ترین پایداری را دارد. مقادیر خطا نسبتاً بالا هستند. این نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم‌های مبتنی بر درخت در مجموعه داده‌های محدود، عملکرد مطلوبی ندارند.

بر اساس تحلیل جامع معیارها، مدل تقویت گرادیان با بالاترین دقت و کم‌ترین خطا به‌عنوان بهترین مدل و رگرسیون چندجمله‌ای با بالاترین پایداری و سادگی مناسب به‌عنوان گزینه‌ای کارآمد برای کاربردهای صنعتی شناسایی می‌شوند.

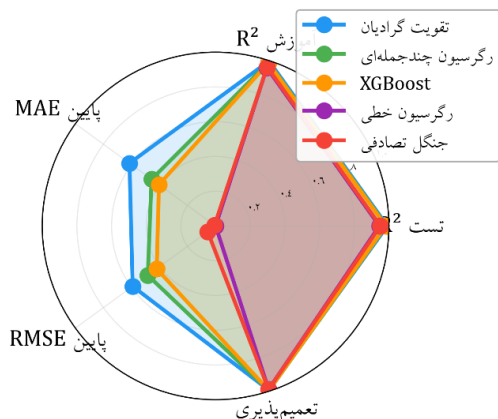


شکل ۹- نمودارهای پراکندگی مقادیر واقعی خیز حداکثر حد الاستیک و مقادیر پیش‌بینی شده آن برای پنج مدل

جنگل تصادفی با اختلاف ۰/۰۱۰۵ و رگرسیون خطی با اختلاف ۰/۰۱۱۳ بیش‌برازش بیش‌تری نشان می‌دهند، اگرچه این مقادیر هم‌چنان در محدوده قابل قبول قرار دارند.

۴-۵- نمودار راداری عملکرد

شکل (۱۱) پنج معیار نرمال‌شده را به‌صورت راداری نمایش می‌دهد که امکان مقایسه بصری هم‌زمان تمام جنبه‌های عملکرد را فراهم می‌کند. در این نمودار، هرچه شکل به دایره کامل نزدیک‌تر و مساحت آن بیش‌تر باشد، عملکرد مدل جامع‌تر است.



شکل ۱۱- مقایسه چندبعدی عملکرد با معیارهای نرمال‌شده

تقویت گرادیان (رنگ آبی) بزرگ‌ترین مساحت را با عملکرد برجسته در تمام معیارها، به‌ویژه MAE و RMSE پایین، نشان می‌دهد. رگرسیون چندجمله‌ای (رنگ سبز) شکل متعادل و یکنواختی دارد که بیانگر عملکرد مناسب در تمام ابعاد است. XGBoost (رنگ نارنجی) نیز شکل خوبی با پوشش مناسب معیارها دارد. در مقابل، رگرسیون خطی (رنگ بنفش) و جنگل تصادفی (رنگ قرمز) به دلیل R^2 آزمون پایین‌تر و انحراف معیار بالای اعتبارسنجی متقابل، مساحت کوچک‌تری را نشان می‌دهند که بیانگر ضعف در تعمیم‌پذیری و پایداری است.

این نمایش چندبعدی تأیید می‌کند که تقویت گرادیان و رگرسیون چندجمله‌ای بهترین عملکرد کلی را دارند، درحالی‌که الگوریتم‌های رگرسیون خطی و جنگل تصادفی در برخی جنبه‌ها ضعف دارند.

۴-۶- استخراج و اعتبارسنجی فرمول رگرسیون چندجمله‌ای

در این بخش، یک فرمول ریاضی برای پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک با استفاده از رگرسیون چندجمله‌ای توسعه داده شده است. هدف، ایجاد رابطه تحلیلی بین متغیرهای ورودی شامل عرض دیوار، ارتفاع دیوار، ضخامت دیوار، لنگر واژگونی و ستون فرعی با متغیر هدف است.

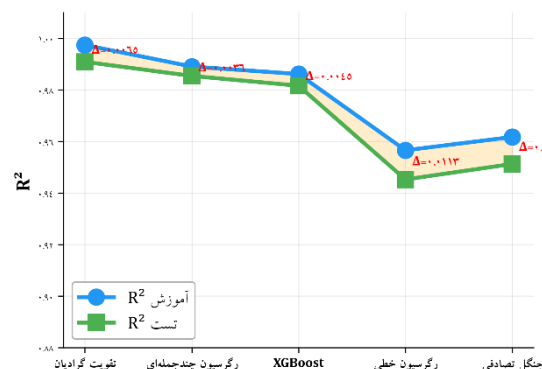
رگرسیون خطی، پراکندگی قابل توجه نقاط را نشان می‌دهد که بیانگر عدم توانایی در مدل‌سازی روابط غیرخطی است. رگرسیون چندجمله‌ای، بهترین تناسب را با تمرکز شدید نقاط روی خط ایده‌آل و عدم وجود نقاط پرت ارائه می‌دهد. جنگل تصادفی، انحراف‌های قابل‌ملاحظه‌تری دارد که با انحراف معیار بالای اعتبارسنجی متقابل (۰/۰۳۲) هم‌خوانی دارد.

تقویت گرادیان، توزیع بسیار مناسب نقاط حول خط ایده‌آل با پراکندگی بسیار اندک را نشان می‌دهد که بیانگر عملکرد یکنواخت در تمام محدوده داده‌ها است. XGBoost نیز عملکرد خوبی با پراکندگی نسبتاً کم دارد، اگرچه کمی بیش‌تر از دو مدل برتر است.

مقایسه بصری نمودارها تأیید می‌کند که تقویت گرادیان و رگرسیون چندجمله‌ای بهترین عملکرد را دارند و این تحلیل بصری با معیارهای کمی ضریب تعیین، MAE و RMSE کاملاً هم‌خوانی دارد.

۴-۷- نمودار تحلیل بیش‌برازش

شکل (۱۰) نمودار تفاوت عملکرد آموزش و آزمون را برای مدل‌های مختلف نمایش می‌دهد. ناحیه رنگی بین دو خط نشان‌دهنده میزان بیش‌برازش هر الگوریتم است که هرچه این ناحیه وسیع‌تر باشد، بیش‌برازش شدیدتر است.



شکل ۱۰- نمودار مقایسه عملکرد آموزش و آزمون

رگرسیون چندجمله‌ای با اختلاف ۰/۰۳۶ بین ضریب تعیین آموزش و آزمون، کم‌ترین میزان بیش‌برازش را دارد. این اختلاف ناچیز نشان‌دهنده قدرت تعمیم‌پذیری بالای مدل است و تأیید می‌کند که الگوهای یادگرفته‌شده به‌خوبی قابل تعمیم به داده‌های جدید هستند. XGBoost با اختلاف ۰/۰۰۴۵ در رتبه دوم قرار دارد و عملکرد بسیار خوبی از نظر تعادل بین یادگیری و تعمیم نشان می‌دهد.

تقویت گرادیان با اختلاف ۰/۰۰۶۵ نیز بیش‌برازش اندکی دارد که با استفاده از پارامترهای منظم‌سازی به‌خوبی کنترل شده است.

رگرسیون چندجمله‌ای برای استخراج فرمول نهایی انتخاب شده است زیرا ترکیب بهینه‌ای از دقت بالا، پایداری استثنایی و کاربردپذیری عملی را ارائه می‌دهد. این مدل با R^2 آزمون 0.985 ، میانگین اعتبارسنجی متقابل 0.982 (انحراف معیار 0.033) و اختلاف تنها 0.004 بین آموزش و آزمون، بالاترین پایداری و کم‌ترین بیش‌برازش را در میان تمام مدل‌های مورد بررسی دارد. علاوه بر این، الگوریتم تقویت‌گرایان با R^2 آزمون 0.991 بالاترین دقت را نشان داد، اما رگرسیون چندجمله‌ای به دلیل سادگی، تفسیرپذیری و ارائه یک فرمول ریاضی صریح که بدون نیاز به کتابخانه‌های پیچیده قابل‌پیاده‌سازی است، برای استخراج فرمول نهایی انتخاب شده است. ویژگی‌های درجه دوم، امکان مدل‌سازی روابط غیرخطی و اثرات متقابل را با پیچیدگی محاسباتی پایین فراهم می‌آورد که این مدل را برای کاربردهای مهندسی که نیازمند تفسیرپذیری، سرعت و دقت هستند، ایده‌آل می‌سازد.

مدل رگرسیون چندجمله‌ای درجه دوم برای شناسایی روابط خطی و غیرخطی به‌کار گرفته شده است. بسط چندجمله‌ای، 21 جمله تولید می‌کند که شامل یک جمله عرض از مبدأ، پنج جمله خطی، پنج جمله درجه دوم و ده جمله تعاملی است. فرم کلی مدل به‌صورت زیر است:

$$W_{me} = \beta_0 + \sum \beta_i x_i + \sum \beta_{ii} x_i^2 + \sum \beta_{ij} x_i x_j \quad (19)$$

که در آن (β) ضرایب رگرسیون و (x_i) متغیرهای ورودی هستند. پس از آموزش مدل بر روی داده‌های استانداردسازی‌شده و استخراج ضرایب، فرمول نهایی برای داده‌های خام (بدون نیاز به استانداردسازی) با استفاده از تبدیلات ریاضی به‌دست آمد. این فرمول با متغیرهای ورودی خام شامل x_1 : عرض دیوار (mm)، x_2 : ارتفاع دیوار (mm)، x_3 : ضخامت دیوار (mm)، x_4 : لنگر واژگونی (kN.m) و x_5 : شعاع ژیراسیون ستون‌های فرعی (mm) به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} W_{me} = & 0.719133 + 0.003532x_1 - 0.001114x_2 \\ & - 0.302776x_3 - 0.006587x_4 + 0.340856x_5 \\ & - 0.000001x_1^2 + 0.000001x_2^2 - 0.074766x_3^2 \\ & - 0.000002x_4^2 + 0.000226x_5^2 + 0.000002x_1x_2 \\ & - 0.000009x_1x_3 + 0.000001x_1x_4 - 0.000006x_1x_5 \\ & + 0.0002x_2x_3 - 0.000001x_2x_4 - 0.000121x_2x_5 \\ & + 0.000242x_3x_4 - 0.003291x_3x_5 + 0.000102x_4x_5 \end{aligned} \quad (20)$$

در رابطه (۲۰)، خیز حداکثر حد الاستیک (W_{me}) بر حسب میلی‌متر به‌دست می‌آید. فرمول استخراج‌شده تنها در محدوده پارامترهای آموزشی معتبر است. استفاده از این فرمول خارج از بازه‌های تعریف‌شده ممکن است به پیش‌بینی‌های غیرواقعی از جمله خیز منفی یا بسیار بزرگ منجر شود. جدول (۴) دامنه مجاز هر پارامتر را نشان می‌دهد.

تحلیل ضرایب این فرمول نشان می‌دهد که ستون فرعی (x_5) با ضریب خطی 0.003532 ، قوی‌ترین تأثیر مثبت را بر خیز حداکثر حد الاستیک دارد و افزایش ابعاد آن به‌طور مستقیم موجب افزایش خیز می‌شود. در مقابل، ضخامت ورق دیوار (x_3) با ضریب خطی -0.006587 ، قوی‌ترین تأثیر منفی را دارا است؛ به این معنا که افزایش ضخامت ورق دیوار به‌طور قابل‌توجهی سبب کاهش خیز می‌شود. در رتبه‌بندی اهمیت پارامترها، ضخامت ورق دیوار با ضریب مربعی -0.074766 - برجسته‌ترین رفتار غیرخطی را نشان می‌دهد که حاکی از اثر کاهشی شتابنده‌تر این پارامتر در مقادیر بالاتر است.

جملات تعاملی نیز اطلاعات ارزشمندی ارائه می‌دهند. جمله (x_3x_5) با ضریب -0.000009 ، نشان می‌دهد که اثر ضخامت ورق دیوار و ستون فرعی به یکدیگر وابسته است. وجود این جملات غیرخطی و تعاملی تأیید می‌کند که رابطه بین پارامترهای ساختاری و خیز حداکثر حد الاستیک، ذاتاً غیرخطی و پیچیده است و مدل‌های خطی ساده قادر به پوشش کامل این پیچیدگی نیستند.

۴-۶-۱- ارزیابی عملکرد مدل

فرمول استخراج‌شده در برابر مجموعه داده آزمون شامل ۳۰ نمونه اعتبارسنجی شد. شکل (۱۲) مقایسه مستقیم مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده را نشان می‌دهد. تطابق بسیار خوبی بین دو سری داده، به‌ویژه در محدوده‌های مختلف خیز (از ۱۳ تا ۲۴ میلی‌متر)، بیانگر توانایی مدل در پوشش کامل دامنه تغییرات است. شکل (۱۳) توزیع درصد خطای پیش‌بینی را برای هر نمونه نمایش می‌دهد. خط‌چین قرمز نشان‌دهنده میانگین درصد خطا (1.02%) است. نمودار نشان می‌دهد که تنها چند نمونه، درصد خطای بالاتر از 2.5% دارند. رنگ‌بندی میله‌ها بر اساس سطح خطا امکان شناسایی آسان نمونه‌های با دقت بالاتر را فراهم می‌کند.

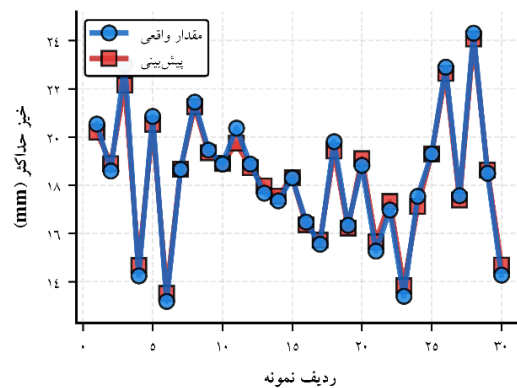
۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، پنج الگوریتم یادگیری ماشین شامل رگرسیون خطی، رگرسیون چندجمله‌ای، جنگل تصادفی، تقویت گرادیان و XGBoost برای پیش‌بینی خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوارهای برشی فولادی نیمه‌مقید در لبه‌ها مورد ارزیابی جامع قرار گرفتند. نتایج نشان داده است که الگوریتم تقویت گرادیان با ضریب تعیین 0.991 بر روی داده‌های آزمون و میانگین اعتبارسنجی متقابل 0.984 ، بالاترین دقت را دارد. با این حال، رگرسیون چندجمله‌ای درجه دوم با ضریب تعیین 0.985 ، میانگین خطای مطلق 0.271 میلی‌متر و اختلاف تنها 0.004 بین خطای آموزش و آزمون، برترین ترکیب از دقت، تعمیم‌پذیری و پایداری را ارائه داده است. انحراف معیار بسیار پایین اعتبارسنجی متقابل (0.0033) این مدل، بالاترین پایداری را در میان تمام مدل‌های بررسی شده تأیید می‌کند.

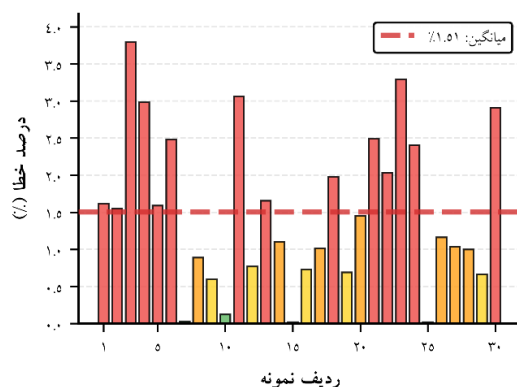
تحلیل ضرایب فرمول استخراج شده نشان می‌دهد که ستون فرعی با ضریب خطی $0.341+$ و ضخامت دیوار با ضریب $0.303-$ قوی‌ترین تأثیر را بر خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار دارد. جملات تعاملی نیز نشان می‌دهند که اثر هر پارامتر به مقادیر سایر پارامترها وابسته است و رابطه بین متغیرها ذاتاً غیرخطی است.

الگوریتم‌های مبتنی بر درخت تصمیم، به‌ویژه جنگل تصادفی با انحراف معیار اعتبارسنجی متقابل 0.032 ، ناپایداری قابل توجهی نشان داده‌اند که برای کاربردهای عملی نگران‌کننده است. این یافته اهمیت ارزیابی جامع مدل‌ها با استفاده از معیارهای متعدد و نه صرفاً دقت پیش‌بینی را تأکید می‌کند.

فرمول استخراج شده با میانگین درصد خطای 1.52% ، ابزاری کارآمد و دقیق برای طراحان جهت تخمین سریع خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار بدون نیاز به تحلیل‌های اجزای محدود پرهزینه فراهم می‌کند. این فرمول به دلیل ساختار ریاضی صریح، می‌تواند به راحتی در نرم‌افزارهای طراحی مهندسی، برگه‌های محاسباتی یا حتی ماشین‌حساب‌های علمی پیاده‌سازی شود و امکان محاسبات فوری را برای مهندسان فراهم آورد.



شکل ۱۲- مقایسه مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده



شکل ۱۳- توزیع درصد خطای پیش‌بینی

معیارهای آماری جامع عملکرد فرمول در جدول (۶) ارائه شده است. میانگین خطای مطلق (MAE) برابر 0.271 میلی‌متر نشان می‌دهد که به‌طور متوسط، پیش‌بینی‌های فرمول، تنها 0.27 میلی‌متر با مقادیر واقعی اختلاف دارند. ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برابر 0.328 میلی‌متر نیز تأییدی بر این دقت بالا است. ضریب تعیین 0.985 بیانگر آن است که فرمول توانسته 98.5% از تغییرات خیز حداکثر حد الاستیک ورق دیوار را تبیین کند. حتی در بدترین حالت، حداکثر خطای مطلق 0.505 میلی‌متر است که برای کاربردهای مهندسی کاملاً قابل قبول محسوب می‌شود.

جدول ۶- آمار کلی عملکرد مدل

مقدار	معیار
0.271	میانگین خطای مطلق (MAE)
0.328	ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)
0.985	ضریب تعیین (R^2)
0.505	حداکثر خطای مطلق
0.013	حداقل خطای مطلق
0.982	میانگین اعتبارسنجی متقابل (CV)

- [15] Jahanpour, A., Moharrami, H., and Aghakoochak, A. (2011), "Evaluation of ultimate capacity of semi-supported steel shear walls", *Journal of Constructional Steel Research*, 67(6), pp.1022-1030.
- [16] Jahanpour, A., and Moharrami, H. (2015), "Evaluation of behavior of the secondary columns in semi-supported steel shear walls", *Thin-Walled Structures*, 93, pp.94-101.
- [17] Moharrami, H., and Jahanpour, A. (2016), "Limit analysis and design of semi-supported steel shear walls", Tehran: Tarbiat Modares University Press. (In Persian)
- [18] Sadat Kholerdi, S.E., and Jahanpour, A. (2020), "Bilinear load-displacement curve of semi-supported steel shear walls", *International Journal of Steel Structures*, 20(2), pp.504-524.
- [19] Sadat kholerdi, S.E., and Jahanpour, A. (2020), "Elastic stiffness of semi-supported steel plate shear wall", *Modares Civil Engineering Journal*, 19(2), pp.85-99. (In Persian)
- [20] Sadat kholerdi, S.E., and Jahanpour, A. (2021). "Practical relation for elastic stiffness of semi-supported steel shear walls", 12th National Congress on Civil Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran. (In Persian)
- [21] Jahanpour, A., Jönsson, J., and Moharrami, H. (2012), "Seismic behavior of semi-supported steel shear walls", *Journal of Constructional Steel Research*, 74, pp.118-133.
- [22] Shekastehband, B., Azarakhsh, A.A., Showkati, H., and Pavir, A. (2017), "Behavior of semi-supported steel shear walls: Experimental and numerical simulations", *Engineering Structures*, 135, pp.161-176.
- [23] Shekastehband, B., Azarakhsh, A.A., and Showkati, H. (2018), "Experimental seismic study on shear walls with fully-connected and beam-only-connected web plates", *Journal of Constructional Steel Research*, 141, pp.204-215.
- [24] Bahmaei, J., and Siahpolo, N. (2021), "Studding the behavior of semi-supported steel shear wall against monotonic and cyclic loads", *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 53(4), pp.1545-1558.
- [25] Broujerdian, V., Pahnabi, R., and Ghamari, A. (2023), "Semi-supported steel plate shear wall with oblique sides", *Scientia Iranica*, 30(3), pp.891-901.
- [26] Cao, Y., Asadi, M.H., Alyousef, R., Baharom, S., Alaskar, A., Alabduljabbar, H., and Assilzadeh, H. (2023), "Investigation of semi-supported steel plate shear walls with different infill plates under cyclic loading", *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 51(2), pp.740-763.
- [27] Hou, J., Wang, L.Q., Tong, J.Z., Tong, G.S., and Jiang, J.L. (2023), "Easy-to-use formulas for predicting ultimate shear resistance and tension field distribution of semi-supported steel plate shear walls", *Thin-Walled Structures*, 185, pp.110597.
- [28] Kholerdi, S.S., Jahanpour, A., Barkhordari, M.A., and Farokhzad, M. (2018), "The effect of yield stress, plate thickness, and fibers thickness and orientation
- [1] Astaneh-Asl, A. (2001), "Seismic behavior and design of steel shear walls", *Structural Steel Educational Council*, Moraga, CA.
- [2] Sabouri-Ghomi, S., Ventura, C.E., and Kharrazi, M. H. (2005), "Shear analysis and design of ductile steel plate walls", *Journal of Structural Engineering*, 131(6), pp.878-889.
- [3] Xu, L., and Martínez, J. (2006), "Strength and stiffness determination of shear wall panels in cold-formed steel framing", *Thin-Walled Structures*, 44(10), pp.1084-1095.
- [4] Topkaya, C., and Atasoy, M. (2009), "Lateral stiffness of steel plate shear wall systems", *Thin-Walled Structures*, 47(8-9), pp.827-835.
- [5] Astaneh-Asl, A., and Zhao, Q. (2001), "Cyclic tests of steel shear walls", *Research Project*, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Berkeley.
- [6] Sabouri-Ghomi, S., and Mamazizi, S. (2015), "Experimental investigation on stiffened steel plate shear walls with two rectangular openings", *Thin-Walled Structures*, 86, pp.56-66.
- [7] Zirakian, T., and Zhang, J. (2015), "Structural performance of unstiffened low yield point steel plate shear walls", *Journal of Constructional Steel Research*, 112, pp.40-53.
- [8] Tong, J., Wu, R., and Wang, L. (2023), "Experimental and numerical investigations on seismic behavior of stiffened corrugated steel plate shear walls", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 52(12), pp.3551-3574.
- [9] Tong, J.Z., Wang, L.Q., Wu, R.M., Hou, J., Li, Q.H., and Xu, S.L. (2024), "Cyclic test and analysis of UHTCC-enhanced buckling-restrained steel plate shear walls", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 53(13), pp.4006-4031.
- [10] Wu, R.M., Yu, C.Q., Wang, L.Q., and Tong, J.Z. (2025), "Shear elastic buckling of corrugated steel plate shear walls with stiffeners considering torsional rigidity", *Thin-Walled Structures*, 206, pp.112646.
- [11] Wu, R.M., Wang, L.Q., Tong, J.Z., Tong, G.S., and Gao, W. (2024), "Elastic buckling formulas of multi-stiffened corrugated steel plate shear walls", *Engineering Structures*, 300, pp.117218.
- [12] Driver, R.G., Kulak, G.L., Kennedy, D.L. and Elwi, A.E. (1998), "Cyclic test of four-story steel plate shear wall", *Journal of Structural Engineering*, 124(2), pp.112-120.
- [13] Xue, M. (1994), "Interaction of steel plate shear panels with surrounding frame members", *Proceedings of the Structural Stability Research Council Annual Technical Session*, Bethlehem, PA, pp.339-354.
- [14] Moharrami, H., Habibnejad, A., Mazrouei, A., and Alizadeh, H., (2005), "Semi-supported steel plate shear walls", *Research Report 4679-1*, Building and Housing Research Center, Tehran, Iran. (In Persian)

- compression/tension, biaxial in-plane bending, edge shear, and lateral pressure loads", *Thin-Walled Structures*, 43(3), pp.375-410.
- [42] Dai, H., Yue, X., and Atluri, S. (2014), "Solutions of the von Kármán plate equations by a Galerkin method, without inverting the tangent stiffness matrix", *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 9(2), pp.195-226.
- [43] Yukio, U., Rashed, S.M.H., and Paik, J.K. (1987), "An incremental Galerkin method for plates and stiffened plates", *Computers and Structures*, 27(1), pp.147-156.
- [44] Ferreira, P.S., and Virtuoso, F.B.E. (2014), "Semi-analytical models for the post-buckling analysis and ultimate strength prediction of isotropic and orthotropic plates under uniaxial compression with the unloaded edges free from stresses", *Thin-Walled Structures*, 82, pp.82-94.
- [45] Bypour, M., Mahmoudian, A., Tajik, N., Taleshi, M.M., Mirghaderi, S.R., and Yekrangnia, M. (2024), "Shear capacity assessment of perforated steel plate shear wall based on the combination of verified finite element analysis, machine learning, and gene expression programming", *Asian Journal of Civil Engineering*, 25(7), pp.5317-5333.
- [46] Baboli Nezhadi, E., Labibzadeh, M., Hosseinlou, F., and Khayat, M. (2024), "Machine learning-based design of double corrugated steel plate shear walls", *International Journal of Structural Integrity*, 15(6), pp.1216-1248.
- [47] Mousavi, A., Mamazizi, A., and Gharehbaghi, V. (2023), "Application of machine learning in design of steel plate shear walls", *Automation in Construction toward Resilience*, CRC Press, pp.569-582.
- [48] Shin, D.H., and Kim, H.J. (2024), "Machine learning-based prediction of hysteretic behaviors of two-side clamped steel shear walls", *Structures*, 60, pp.105875.
- [49] Montgomery, D.C., Peck, E.A., and Vining, G.G. (2012), "Introduction to linear regression analysis", John Wiley and Sons, New Jersey.
- [50] Hastie, T., Tibshirani, R., and Friedman, J. (2009), "The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction", Springer, New York.
- [51] Breiman, L. (2001), "Random forests", *Machine Learning*, 45(1), pp.5-32.
- [52] Friedman, J.H. (2001), "Greedy function approximation: A gradient boosting machine", *Annals of Statistics*, 29(5), pp.1189-1232.
- [53] Chen, T., and Guestrin, C. (2016), "XGBoost: A scalable tree boosting system", *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, San Francisco, pp.785-794.
- on ultimate capacity and ductility of semi-supported steel plate shear walls reinforced by glass fiber polymers", *Journal of Steel and Structure*, 11(21), pp.29-42. (In Persian)
- [29] Sadat kholerdi, S.E., and Barkhordari, M.A. (2015), "The influence of low yield point steel (LYP) and plate thicknesses in postbuckling behavior and ultimate strength of semi-supported steel plate shear walls", *Journal of Steel and Structure*, 8(15), pp.29-38. (In Persian)
- [30] Sadat kholerdi, S.E. (2025), "Load-deflection curve of semi-supported steel shear wall, and presentation of a practical relationship for estimating the maximum elastic deflection of the plate", *Journal of Steel and Structure*, 19(48), pp.32-46. (In Persian)
- [31] Momeni, S., Siahpolo, N., and Jahanpour, A.R. (2024), "Numerical study on semi-supported steel composite shear wall at the edges under near and far-fault loading", *Sharif Journal of Civil Engineering*, 40(1), pp.99-112.
- [32] Momeni, S., Siahpolo, N., and Jahanpour, A. (2024), "Feasibility study of using concrete veneer in semi-supported steel shear wall at the edges", *Modares Civil Engineering Journal*, 24(3), pp.85-102.
- [33] Nayel, I. H., Ghamari, A., and Broujerdian, V. (2022), "On the behavior of an innovative four-layer semi-supported steel plate shear wall", *Case Studies in Construction Materials*, 17, pp.01427.
- [34] Sadat Kholerdi, S.E., Nazarimofrad, E., Farrokhzad, M., and Topal, U. (2018), "Evaluation of the seismic behavior of semi-supported steel shear walls with different ratio and shape of openings", *Australian Journal of Structural Engineering*, 19(2), pp.118-130.
- [35] Zeynali, S., and Moharrami, H. (2024), "Nonlinear dynamic behavior of semi-supported steel shear walls", *Journal of Earthquake and Tsunami*, 18(2), pp.2350037.
- [36] Ghamari, A., Akbarpour, A., and Ghanbari, A. (2019), "Improving behavior of semi-supported steel plate shear walls", *Journal of Central South University*, 26(10), pp.2891-2905.
- [37] Hou, J., Wang, L.Q., Tong, J.Z., Xu, S.L., and Tong, G.S. (2023), "Shear resistance design of semi-supported buckling-restrained steel plate shear walls: Analytical and numerical investigation", *Journal of Building Engineering*, 78, pp.107582.
- [38] Kontoni, D.P.N., Ghamari, A., Omid, M.S.P., and Ilia, G. (2023), "Improving the behavior of semi-supported steel plate shear walls using diagonal stiffeners", *ce/papers*, 6(3-4), pp.919-924.
- [39] Nayel, I.H., Broujerdian, V., and Ghamari, A. (2022), "Investigating the behavior of semi-supported steel plate shear walls compounded of two flat and two corrugated plates: a numerical and parametrical study", *International Journal of Civil Engineering*, 20(10), pp.1197-1210.
- [40] Chajes, A. (1974), "Principles of structural stability theory", Prentice-Hall Inc., Massachusetts.
- [41] Paik, J.K., and Lee, M.S. (2005), "A semi-analytical method for the elastic-plastic large deflection analysis of stiffened panels under combined biaxial