



گسترش روش کانی برای تحلیل قابهای دوگانه

محمد رضایی پژند^۱، احمد آفتابی ثانی^۲
(دریافت: ۸۸/۱۰/۱۵، پذیرش: ۸۹/۳/۲۲)

چکیده

روش کانی، یک شیوه ساده و قدرتمند برای تحلیل قابهای خمشی ساختمانی است که در دهه پنجاه میلادی به وجود آمد و از پیشرفت شایانی برخوردار گردید. این روش برخلاف فن پیشین تحلیل قابها (شیوه پخش لنگر)، توانایی در نظر گرفتن همزمان لنگرهای ناشی از انتقال جانبی طبقه‌ها و دوران گره‌ها را دارد. از این روش شیوه کانی، راهکاری مناسب و کم‌هزینه برای تحلیل قابهای با انتقال جانبی است. در این نوشتار، فرآیند کانی برای قابهایی که افزون بر عملکرد خمشی تیرها و ستونهای خود، از سامانه‌های مهاربندی جانبی برای مقابله با نیروهای افقی سود می‌جویند، گسترش می‌یابد. همچنین پس از رابطه‌سازی، با درج چند مثال ساده و مقایسه نتایج با روش مطمئن تحلیل ماتریسی، کارایی روش آزموده می‌شود.

کلمات کلیدی

روش کانی، قابهای خمشی ساختمانی، مهاربند جانبی

Extending Kani Method for Analysis of Braced Frames

Mohammad Rezaiee-Pajand, Ahmad Aftabi Suny

ABSTRACT

Kani method is a simple and robust tactic for analysis of building frames, which was proposed on 1950s and has been progressed substantially, so far. In contrast to the moment distribution approach, this technique can take into account the lateral transitions as well as nodal rotations of frames simultaneously. Based on this ability, Kani method is a suitable and cheap strategy for analysis of frame structure with the lateral shift. In this paper, Kani technique is extended to analyze braced frames to withstand lateral forces. The proposed formulation is utilized to solve some numerical problems. For the sake of the comparison, the results are also checked by matrix structural analysis method.

Keywords

Kani Method, Bending Frames, Lateral Bracing

۱. استاد گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد. mrpajand@yahoo.com (نویسنده مسئول)

۲. گروه عمران دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد



در این نوشتار، به گسترش و رابطه‌سازی روش کانی برای قابهای خمشی مهاربندشده (قابهای دوگانه) پرداخته می‌شود. در آغاز، پایه‌های روش مزبور و همچنین فرآیند آن در تحلیل قابهای بدون انتقال جانبی یادآوری می‌گردد. در ادامه، رابطه‌های موردنیاز برای تحلیل قابهای دوگانه درج می‌شود. سرانجام پس از کامل شدن رابطه‌سازی، به یاری چند نمونه عددی که هم به یاری روش پیشنهادی و هم با استفاده روش شناخته‌شده تحلیل ماتریسی حل می‌شوند، درستی رهیافت پیشنهادی نمایان می‌گردد.

۲- پایه‌های روش کانی

فن کانی یک روش ضریبهای پیاپی است که لنگرهای انتهایی در عضوهای خمشی را با آزمون و خطا پیدا می‌کند. این لنگرها، از عاملهای گوناگونی ناشی می‌شوند که براساس اصل برهم‌نهی، به یکدیگر افزوده می‌گردند. عاملهای مزبور، همانا بارهای میانی، دورانهای انتهایی و تغییرمکان نسبی دو سر عضو خمشی هستند. باید دانست، در روش کانی لنگر خمشی ناشی از اثر هر یک از سه عامل بار، دوران و انتقال، به‌تنهایی حساب می‌گردد. سپس در پایان، لنگر خمشی انتهای عضو از جمع سه لنگر مزبور بدست می‌آید.

شکل (۱) یک عضو خمشی منشوری را در حالت کلی نشان می‌دهد. فرض می‌شود که لنگرهای گیرداری دو انتهای عضو مزبور برابر FEM_{ij} و FEM_{ji} ، لنگرهای خمشی ناشی از دوران برابر M'_{ij} و M'_{ji} و لنگرهای به‌وجودآمده بر اثر تغییر مکان نسبی M''_{ij} و M''_{ji} باشد. شایان توجه است، در شکل (۱)، به ترتیب اثر بار میانی، دوران گره i ، دوران گره j و انتقال نسبی دو گره i و j آمده است. بنابراین، با بهره‌جویی از اصل برهم‌نهی، لنگر خمشی نهایی دو انتهای عضو M_{ij} و M_{ji} به‌صورت زیر درمی‌آیند:

شاید بتوان قابهای ساختمانی چندطبقه را پرکاربردترین گونه سازه‌ها، به‌ویژه در منطقه‌های شهری و مسکونی دانست. افزایش روزافزون جمعیت و کمبود زمین، نیاز به ساخت و بهره‌جویی از این‌گونه سازه‌ها را فزونی می‌بخشد. گسترش چشمگیر و سریع این نیاز در دهه‌های آغازین قرن بیستم، سبب به‌وجودآمدن شیوه‌های گوناگون تحلیل قابها گردید. از سوی دیگر، درجه نامعینی بالای قابها، کار تحلیل آنها با بهره‌جویی از شیوه‌های نیرویی و سنتی قرن هجده و نوزده میلادی را بسیار دشوار می‌ساخت. بنا بر این دو دلیل، پژوهشگران در پی ارائه راهکارهای تحلیلی مناسبی برآمدند که نتیجه این تلاشها، معرفی شیوه‌هایی کارا و کم‌هزینه مانند فن شیب و افت (منی، ۱۹۱۵)، پخش لنگر (هاردی کراس، ۱۹۳۶) و کانی (کانی، ۱۹۵۱) بود [۱].

در این میان، روش کانی، از توانایی و همچنین سادگی بیشتری در برخورد با مسأله انتقال جانبی طبقه‌ها (که یکی از دشواریهای عمده روشهای شیب و افت و پخش لنگر است) برخوردار بود و به همین خاطر، بیشتر موردتوجه تحلیلگران قرار گرفت. باید افزود، به‌وجودآمدن فنهای ماتریسی و نگره اجزای محدود در نیمه دوم قرن بیستم، تا حد زیادی جلوی پیشرفت روش کانی و جایگاه کاربردی آنرا گرفت. با وجود این، هنوز شیوه کانی برای تحلیل قابها و به‌ویژه با عضوهای نامنشوری، راهکاری مناسب و کم‌هزینه است. شایان توجه می‌باشد، نرم‌افزارهای تحلیلی موجود، توانایی مدلسازی هرگونه عضو نامنشوری را ندارند. این درحالی است که در صورت مشخص‌بودن ضریبهای سختی و انتقال عضوهای مزبور، روش کانی با آسانی به تحلیل آنها می‌پردازد. یادآوری می‌کند، در شیوه قاب معادل که برای طراحی دالهای بتنی به‌کار می‌رود، عضوهای با ضریب سختی و انتقال متفاوت با عضوهای موجود در نرم‌افزارهای تحلیلی، فراوان به چشم می‌خورد. بنابراین، بهترین روش برای برخورد با این‌گونه مسأله‌ها، بکارگیری فن کانی است.

$$\sum_{j=1}^n M'_{ij} = -\frac{1}{2}(FEM_i + \sum_{j=1}^n M'_{ji}) \quad (3)$$

در این معادله، FEM_i برابر مجموع لنگرهای گیرداری FEM_{ij} برای n عنصر مزبور می‌باشد. از سوی دیگر، می‌توان مقدار لنگرهای دورانی M'_{ij} را برحسب دوران گره i نوشت:

$$2M'_{ij} = 4EK_{ij}\theta_i \Rightarrow \theta_i = \frac{M'_{ij}}{2EK_{ij}} \quad (4)$$

در رابطه کنونی، K_{ij} ضریب سختی عضو ij و برابر نسبت لنگر لختی مقطع عضو به طول آن است. یادآوری می‌کند، تمامی رابطه‌ها برای عضوهای منشوری برپا می‌گردند و در پایان معادله‌های مربوط به عضوهای نامنشوری درج می‌شوند. در ادامه، به یاری برابری (4)، مجموع لنگرهای دورانی حساب می‌گردد:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n M'_{ij} &= 2E \left(\sum_{j=1}^n K_{ij} \right) \theta_i = 2E \left(\sum_{j=1}^n K_{ij} \right) \frac{M'_{ij}}{2EK_{ij}} \\ &= M'_{ij} \left(\frac{\sum_{j=1}^n K_{ij}}{K_{ij}} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

با جایگذاری رابطه کنونی در معادله (3)، نتیجه زیر بدست می‌آید:

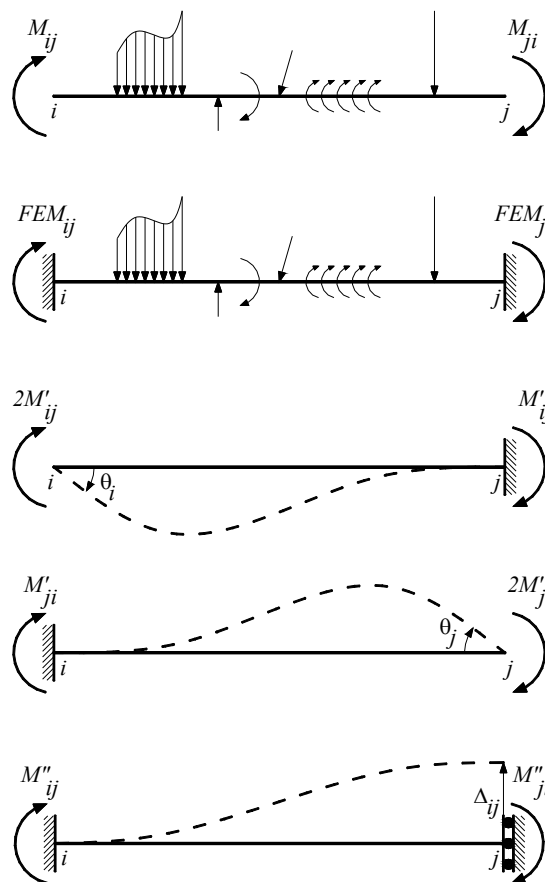
$$M'_{ij} = \left(-\frac{K_{ij}}{2 \sum_{j=1}^n K_{ij}} \right) (FEM_i + \sum_{j=1}^n M'_{ji}) \quad (6)$$

سرانجام، با تعریف ضریب دوران R_{ij} رابطه نهایی برای تحلیل قابهای بدون انتقال جانبی در دسترس قرار می‌گیرد:

$$R_{ij} = \frac{K_{ij}}{2 \sum_{j=1}^n K_{ij}} \Rightarrow M'_{ij} = R_{ij} (FEM_i + \sum_{j=1}^n M'_{ji}) \quad (7)$$

برای تحلیل این‌گونه سازه‌ها، باید در آغاز ضریبهای دوران عضوها را حساب نمود. سپس با فرض مقدارهای نخستین برای لنگرهای دورانی انتهای دور (M'_{ji} ها) و به‌کاربردن رابطه (7)، M'_{ij} را بدست آورد. در ادامه، مقدارهای

$$\begin{cases} M_{ij} = FEM_{ij} + 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} \\ M_{ji} = FEM_{ji} + 2M'_{ji} + M'_{ij} + M''_{ji} \end{cases} \quad (1)$$



شکل (1): عضو منشوری ij در حالت کلی

۳- روش کانی برای سازه‌های بدون انتقال جانبی

خاطر نشان می‌کند، در این گونه سازه‌ها تغییرمکان نسبی دو انتهای تمامی عضوها برابر صفر است. در نتیجه، $M''_{ij} = 0$ می‌باشد. بنابراین، رابطه (1) برای گره کلی i که محل اتصال n عضو خمشی است، به سان زیر درمی‌آید:

$$\sum_{j=1}^n M_{ij} = \sum_{j=1}^n FEM_{ij} + 2 \sum_{j=1}^n M'_{ij} + \sum_{j=1}^n M'_{ji} \quad (2)$$

آشکار است که در نبود لنگر متمرکز خارجی در گره i ، مجموع لنگرهای خمشی M_{ij} برابر صفر می‌گردد. در نتیجه با اندکی ساده‌سازی رابطه (2)، معادله زیر در دسترس قرار می‌گیرد:

بدست آمده برای M'_{ij} ، به عنوان لنگرهای دورانی انتهای دور (M'_{ji}) برای گره‌های j (که $j=1, \dots, n$)، وارد رابطه (۷) می‌شوند.

بنابراین، معادله مزبور به صورت یک رابطه برگشتی عمل می‌نماید. در هر بار گردش بر روی تمامی گره‌های سازه، مقدارهای لنگر دورانی هریک از عضوها بهنگام شده، به مقدار دقیق همگرا می‌گردد. آشکار می‌باشد، نزدیک شدن مقدارهای لنگرهای دورانی در دو گام پیاپی، به گونه‌ای که تحلیلگر را به دقت مورد نظر و منطقی برساند، نشانگر پایان یافتن فرآیند کانی است. پس از این مرحله، لنگرهای خمشی انتهای عضوها، به یاری برابری (۱) حساب می‌شوند. در پایان این بخش، رابطه‌های مورد نیاز برای تحلیل سازه‌های با عضوهای نامنشوری درج می‌گردد:

$$M_{ij} = FEM_{ij} + \frac{M'_{ij}}{C_{ij}} + M'_{ji} \quad (۸)$$

$$R_{ij} = -\frac{C_{ij} K_{ij}}{\sum_{j=1}^n K_{ij}} \quad (۹)$$

در دو معادله کنونی، ضریب انتقال عضو i j می‌باشد. این ضریب برای عضوهای منشوری برابر 0.5 است و برای سایر عضوها، به کمک برابریهای زیر بدست می‌آید:

$$C_{ij} = \frac{\int_0^L (Lx - x^2) \frac{dx}{I}}{\int_0^L x^2 \frac{dx}{I}} \quad (۱۰)$$

$$C_{ji} = \frac{\int_0^L (Lx - x^2) \frac{dx}{I}}{\int_0^L (L-x)^2 \frac{dx}{I}} \quad (۱۱)$$

در روابط کنونی، L طول عضو و I تابع لنگر لختی مقطع آن برحسب x (که از گره i سنجیده می‌شود و در گره j برابر L است) می‌باشد. شایان توجه است، تابع اولیه‌های درج شده در رابطه‌های (۱۰) و (۱۱)، برای بسیاری از عضوهای نامنشوری (تیرهای ماهیچه‌دار) محاسبه گردیده و در جدولهایی آمده‌اند [۲]. یادآوری می‌کند، رابطه‌های

مشابهی برای ضریب سختی عضوها نیز وجود دارد که می‌توان، نتیجه‌های آنها را در جدول‌های مزبور دید:

$$K_{ij} = \frac{\frac{1}{4} \int_0^L x^2 \frac{dx}{I}}{\left[\int_0^L \frac{dx}{I} \int_0^L x^2 \frac{dx}{I} - \left(\int_0^L x \frac{dx}{I} \right)^2 \right]} \quad (۱۲)$$

$$K_{ji} = \frac{\frac{1}{4} \int_0^L (Lx - x^2) \frac{dx}{I}}{\left[\int_0^L \frac{dx}{I} \int_0^L x^2 \frac{dx}{I} - \left(\int_0^L x \frac{dx}{I} \right)^2 \right]} \quad (۱۳)$$

۴- روش کانی برای قابهای با انتقال جانبی مهاربند شده

یکی از مهمترین برتریهای روش کانی، در نظر گرفتن همزمان اثر انتقال جانبی طبقه‌ها و دروان گره‌ها می‌باشد. لنگرهای ناشی از دروان گره‌ها، در بخش پیشین مورد بررسی قرار گرفت. در این بخش، به رابطه‌سازی اثر تغییر مکان نسبی طبقه‌ها بر روی لنگر انتهایی تیرها و ستونهای قاب خمشی دوگانه پرداخته می‌شود. یادآوری می‌کند، لنگر ناشی از حرکت جانبی عضوها با بهره‌جویی از اصل برهم‌نهی و به یاری برابری (۱)، با لنگر حاصل از دوران (M'_{ji} و M'_{ij}) جمع می‌گردد.

در قابهای خمشی دوگانه، نیروی جانبی (و برش طبقه که برابر مجموع نیروهای افقی طبقه‌های بالایی است) به کمک دو عامل تحمل می‌شود. عامل نخست، نیروی برشی به وجود آمده در ستونهای هر طبقه از قاب می‌باشد. از سوی دیگر، نیروهای موجود در سامانه مهاربندی طبقه، عامل دوم مقاوم در برابر نیروی جانبی وارد به قاب است. خاطر نشان می‌نماید، این عامل دوم، در قابهای خمشی مهاربند نشده وجود ندارد و نیروی افقی، تنها به وسیله برش ستونها برداشته می‌گردد. لازم به یادآوری می‌باشد که در قابهای دوگانه، سهم ستونهای طبقه و سامانه مهاربندی آن در باربری جانبی، باتوجه به سختی هریک از آنها تعیین می‌شود. در این بخش، مجموع سختی جانبی سامانه مهاربندی طبقه S ام با نمایه K_{bs} مشخص می‌گردد.

برای محاسبه لنگرهای ناشی از تغییر مکان نسبی طبقه‌ها، طبقه S ام یک قاب با ارتفاع H_s ، مجموع سختی



با فرض منشوری بودن ستون ij و به یاری معادله‌های (۱)، رابطه (۱۵) به صورت زیر درمی‌آید:

$$V_j = -\frac{1}{H_s} [(FEM_{ij} + FEM_{ji}) + 3(M'_{ij} + M'_{ji}) + (M''_{ij} + M''_{ji})] \quad (16)$$

با مشخص شدن نیروی افقی به وجود آمده در دو عامل باربر جانبی قاب (سامانه مهاربندی و ستونها)، می‌توان معادله تعادل نیروهای افقی را برای طبقه S ام برپا نمود. براساس این رابطه، نیروی برش طبقه (V_s) برابر مجموع نیروی برشی ستونها و نیروی افقی سامانه‌های مهاربندی طبقه موردنظر است:

$$V_s = V_{bs} + \sum_{j=1}^m V_j \quad (17)$$

آشکار می‌باشد که برابری کنونی، با جداکردن قاب از گره‌های بالایی طبقه S ام و برپایی معادله تعادل نیروهای افقی برای قسمت بالای قاب بدست می‌آید. در ادامه با جایگذاری دو رابطه (۱۴) و (۱۶) در برابری (۱۷)، نتیجه دیگری در دسترس قرار می‌گیرد:

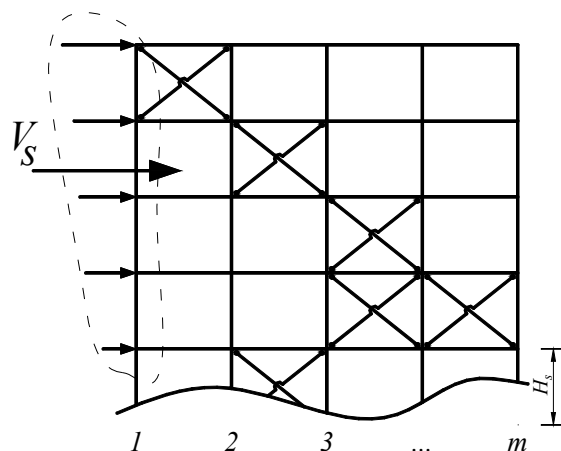
$$V_s = K_{bs} \Delta_s - \frac{1}{H_s} \sum_{j=1}^m [(FEM_{ij} + FEM_{ji}) + 3(M'_{ij} + M'_{ji}) + (M''_{ij} + M''_{ji})] \quad (18)$$

از این پس، به ساده‌سازی رابطه کنونی پرداخته می‌شود. باید دانست در ستونهای منشوری M''_{ij} برابر M''_{ji} می‌باشد. همچنین اگر مجموع لنگرهای گیرداری ستونهای طبقه S ام با FEM_s نشان داده شود، رابطه (۱۸) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$V_s = K_{bs} \Delta_s - \frac{1}{H_s} [(FEM_s + 3 \sum_{j=1}^m (M'_{ij} + M'_{ji}) + 2 \sum_{j=1}^m M''_{ij})] \quad (19)$$

با جداکردن $\sum M''_{ij}$ از رابطه کنونی، می‌توان به برابری زیر رسید:

جانبی سامانه‌های مهاربندی K_{bs} و برش طبقه V_s (برآیند نیروهای افقی وارد به طبقه‌های بالاتر از S)، مطابق شکل (۲) در نظر گرفته می‌شود.



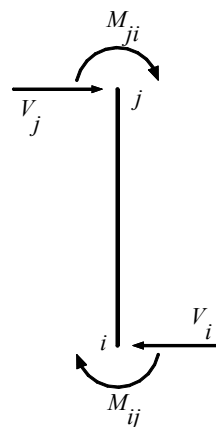
شکل (۲): برش افقی قاب در طبقه S ام

برپایه فرض اساسی روش کانی که همانا صلب بودن محوری عضوهای قاب است، تغییر مکان نسبی تمامی ستونهای طبقه S ام یکسان و برابر Δ_s می‌باشد. بنابراین نیروی افقی به وجود آمده در سامانه‌های باربر جانبی طبقه مزبور، به یاری رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V_{bs} = K_{bs} \Delta_s \quad (14)$$

از سوی دیگر، باتوجه به شکل (۳) می‌توان نیروی برشی موجود در ستون ij در همان طبقه را برحسب لنگرهای دو انتهای آن حساب نمود:

$$V_j = -\frac{1}{H_s} (M_{ij} + M_{ji}) \quad (15)$$



شکل (۳): نیروی برشی موجود در ستون ij

بنابراین با اندکی ساده‌سازی، رابطه محاسبه M''_{ij} بدست (۲۰)

$$\sum_{j=1}^m M''_{ij} = -1.5 \left[\frac{1}{3} (FEM_s + V_s H_s - K_{bs} \Delta_s H_s) + \sum_{j=1}^m (M'_{ij} + M'_{ji}) \right] \quad (27)$$

$$M''_{ij} = - \frac{18EK_{ij}}{12E \sum_{j=1}^m K_{ij} + K_{bs} H_s^2} [M_s + \sum_{j=1}^m (M'_{ij} + M'_{ji})] \quad (28)$$

سرانجام، با تعریف جدید ضریب انتقال ستون i که با نمایه D_{ij} مشخص می‌گردد، رابطه برگشتی محاسبه M''_{ij} (مشابه رابطه (۷) برای محاسبه M'_{ij}) در دسترس قرار می‌گیرد:

$$D_{ij} = - \frac{18EK_{ij}}{12E \sum_{j=1}^m K_{ij} + K_{bs} H_s^2} \quad (28)$$

$$M''_{ij} = D_{ij} [M_s + \sum_{j=1}^m (M'_{ij} + M'_{ji})] \quad (29)$$

محاسبه لنگرهای ناشی از تغییر مکان نسبی طبقه‌ها، مشابه فرآیند محاسبه لنگرهای ناشی از دوران آغاز شده و به صورت بازگشتی به پاسخ درست همگرا می‌شود. بدین صورت که پس از هر تقریب لنگر دورانی، مقدار لنگر انتقالی به یاری معادله (۲۹) حساب می‌گردد. دقت شود که بدلیل وجود لنگرهای انتقالی، رابطه زیر جایگزین معادله (۷) خواهد شد:

$$M'_{ij} = R_{ij} (FEM_i + \sum_{j=1}^m M'_{ij} + \sum_{j=1}^m M''_{ij}) \quad (30)$$

آشکاراست که M''_{ij} برای تیرها برابر صفر و برای ستونها به ترتیب درج شده، به دست می‌آید. یادآوری می‌کند، روند گردشی محاسبه لنگرهای دورانی و انتقالی تا همگرا شدن آنها ادامه یافته، لنگر نهایی انتهای اعضا به یاری معادله‌های (۱) محاسبه می‌شود. در پایان، معادلات مربوط به عضوهای نامشوری به نظر خوانندگان می‌رسد:

از سوی دیگر، رابطه زیر بین تغییر مکان نسبی طبقه و لنگر M''_{ij} برقرار است:

$$M''_{ij} = -6 \frac{EI}{L^2} \Delta = -6EK_{ij} \frac{\Delta_s}{H_s} \quad (21)$$

همچنین لنگر طبقه (M_s) به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$M_s = \frac{1}{3} (FEM_s + V_s H_s) \quad (22)$$

باید دانست، از آنجا که لنگر گیرداری دو سر ستونها، در محاسبه لنگر ناشی از دورانه (M'_{ij} و M'_{ji}) به کار رفتند، نباید دوباره در محاسبه لنگر ناشی از انتقال طبقه‌ها (M''_{ij} و M''_{ji}) وارد شوند. بنابراین برای جلوگیری از دوبرابر شدن اثر بار میانی ستونها، عامل FEM_s از رابطه (۲۲) حذف می‌شود و رابطه مزبور به صورت زیر درمی‌آید:

$$M_s = \frac{1}{3} V_s H_s \quad (23)$$

اکنون با به کارگیری دو رابطه (۲۱) و (۲۳)، برای (۲۰) بازنویسی می‌شود:

$$\sum_{j=1}^m M''_{ij} = -1.5 [M_s - \frac{1}{3} K_{bs} \Delta_s H_s + \sum_{j=1}^m (M'_{ij} + M'_{ji})] \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^m M''_{ij} = -6E \left(\sum_{j=1}^m K_{ij} \right) \frac{\Delta_s}{H_s} = M''_{ij} \left(\frac{\sum_{j=1}^m K_{ij}}{K_{ij}} \right) \quad (25)$$

در نتیجه:

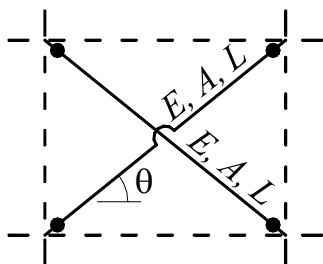
$$M''_{ij} \left(\frac{\sum_{j=1}^m K_{ij}}{K_{ij}} \right) = -1.5 [M_s + \sum_{j=1}^m (M'_{ij} + M'_{ji})] - \quad (26)$$

$$\frac{1}{3} K_{bs} \left(- \frac{M''_{ij} H_s}{6EK_{ij}} \right) H_s]$$



$$K_b = 2 \frac{AE}{L} \cos^2 \theta \quad (37)$$

در این رابطه، θ زاویه بین محور عضوها با محور افق است که در شکل (۴) نمایان می‌باشد.



شکل (۴): مهاربند ضربردی

۵-۲- بادبندهای واگرای مفصلی

این گونه بادبندها که در شکل (۵) به نمایش درآمده‌اند، امکان ایجاد بازشدگی در دهانه موردنظر را فراهم می‌سازند. شایان توجه است، در بادبندهای واگرا، تیر فوقانی در عملکرد مهاربندی سامانه مشارکت داشته و خمش تیر، سبب ایجاد نیروهای برشی و انتقال آنها به دو عضو خرپایی می‌گردد. همچنین در این حالت، دو گره محل اتصال بادبندها به تیر فوقانی، افزون بر تغییرمکان افقی، دارای تغییرمکان قائم نیز می‌باشند. این تغییرمکان اضافی، سختی هر دو عضو خرپایی را تغییر داده و استفاده از رابطه (۳۷) را ناممکن می‌سازد. اما از آنجا که روابط کانی، تنها توانایی در نظر گرفتن تغییرمکانهای افقی (و نه قائم) قابهای طبقاتی را دارند، لحاظ کردن تغییرمکانهای قائم در محل اتصال بادبند به تیر فوقانی، امکان‌پذیر نمی‌باشد. در واقع، وارد ساختن این جابجایی‌های قائم در روش کانی، سبب ایجاد تغییرات بنیادین و شگرفی در روابط حاکم می‌گردد که البته، پرداختن به آن در پژوهشی مستقل، امری مفید و جالب توجه خواهد بود.

$$B_{ij} = \frac{1 + C_{ij}}{3C_{ij}} \quad (31)$$

$$M_{ij} = FEM_{ij} + \frac{M'_{ij}}{C_{ij}} + M'_{ji} + B_{ij} M''_{ij} \quad (32)$$

$$B_{ij} M''_{ij} = -4K_{ij}(1 + C_{ij})E \frac{\Delta_s}{H_s} \quad (33)$$

$$(34)$$

$$M'_{ij} = -\frac{C_{ij} K_{ij}}{\sum_{j=1}^m K_{ij}} (FEM_i + \sum_{j=1}^m M'_{ji} + \sum_{j=1}^m B_{ij} M''_{ij})$$

$$D_{ij} = -\frac{36 E C_{ij} K_{ij}}{12 E \sum_{j=1}^m (B_{ij} + B_{ji}) C_{ij} K_{ij} + K_{bs} H_s^2} \quad (35)$$

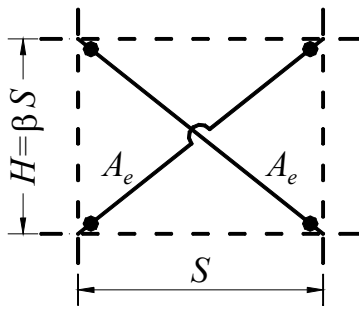
$$M''_{ij} = D_{ij} [M_s + \sum_{j=1}^m (B_{ij} M'_{ij} + B_{ji} M'_{ji})] \quad (36)$$

۵-۳ سختی سامانه‌های باربر جانبی

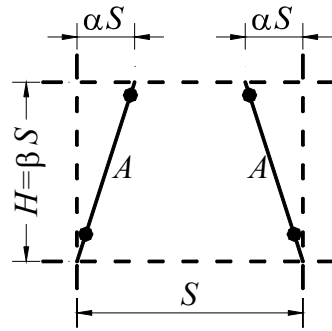
در این بخش، دو گونه پرکاربرد از سامانه‌های مهاربند جانبی مورد بررسی قرار می‌گیرند که همانا بادبندهای ضربردی و واگرای مفصلی می‌باشند. این مهاربندها در سازه‌های فلزی و در پاره‌ای از سازه‌های بتنی فراوان به چشم می‌خورند. یادآور می‌شود، این دو سامانه دارای عضوهای خرپایی‌اند که از سختی محوری خود برای برداشتن نیروهای جانبی بهره می‌گیرند.

۵-۱- بادبندهای ضربردی

یکی از پرکاربردترین سامانه‌های مهاربندی بادبندهای ضربردی می‌باشند. این سامانه از دو عضو خرپایی که بطور معمول دارای سطح مقطع یکسان (A)، ضریب کشسانی همانند (E) و طول برابر (L) هستند، تشکیل می‌گردد. یادآوری می‌کند، در صورتی که طراحی دو عضو مزبور براساس نیروی فشاری مجاز صورت پذیرد، هر دو عضو در باربری جانبی شرکت نموده، سختی جانبی کل سامانه برابر مجموع سختی جانبی دو عضو آن می‌باشد:



شکل (۶): بادبند ضربدری معادل واگرا



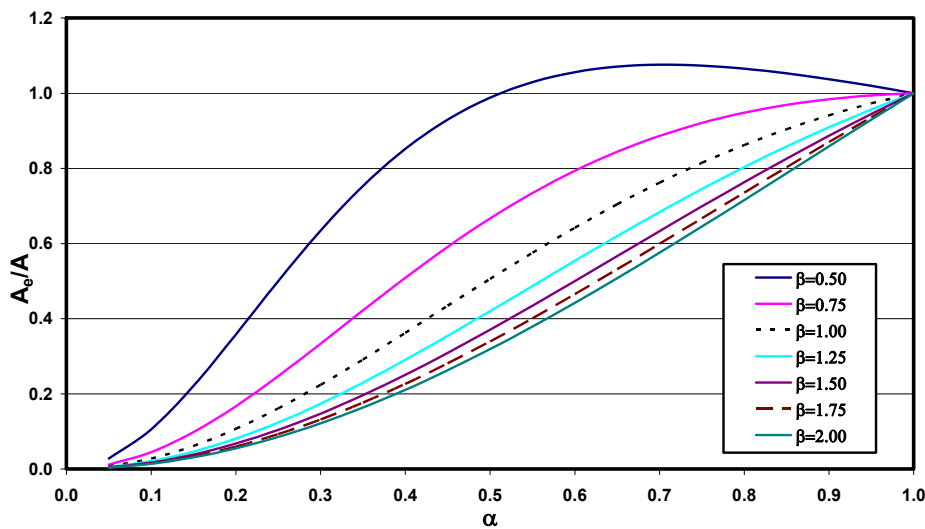
شکل (۵): بادبند واگرای مفصلی

$$A_e = \alpha^2 \left(\frac{1 + \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \right)^{\frac{3}{2}} A \quad (38)$$

در رابطه کنونی، β نسبت ارتفاع به طول دهانه مهاربند شده و α نسبت فاصله محل اتصال بادبند تا ستون مجاور، به طول دهانه مهاربند شده است. این دو عامل را می توان در شکل (۵) دید.

همچنین، نمودار (۱) چگونگی تغییرات نسبت A_e به A را برای مقدارهای α بین صفر و یک و چند مقدار متعارف β نشان می دهد.

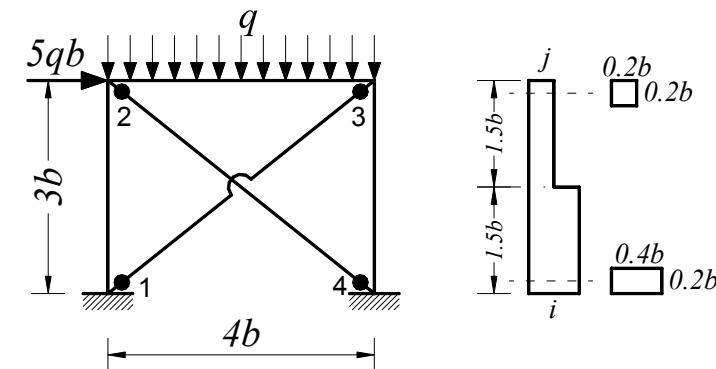
در اینجا با صفر پنداشتن تغییر مکانهای قائم مورد اشاره که به معنای صرف نظر کردن از اثر خمش تیر فوقانی و چشم پوشی از مشارکت تیر مزبور در عملکرد مهاربند است، سختی بادبند واگرا، به یاری همان رابطه (۳۷) بدست می آید. در ادامه با بهره جویی از رابطه مزبور، سختی مجموعه بادبند واگرای شکل (۵) با سطح مقطع عضوهای A محاسبه شده و با یک مجموعه بادبند ضربدری با سطح مقطع A_e معادل سازی می شود. مجموعه بادبند ضربدری معادل، در شکل (۶) و رابطه حاکم بر سطح مقطع معادل، در رابطه (۳۸) آمده اند. آشکار است، سختی دو سامانه به نمایش در آمده در شکل های (۵) و (۶) برابر می باشد.



نمودار (۱): نمودار تغییرات سطح مقطع معادل در بادبند واگرا با فرض عدم مشارکت تیر فوقانی در عملکرد مهاربند

۶- نمونه‌های عددی

در این بخش به درج چند نمونه عددی پرداخته می‌شود. مثال نخست، قابی یک دهانه و یک طبقه با ستونهای نامنشوری و یک مجموعه بادبند ضربدری است. در نمونه عددی دوم، یک قاب سه دهانه سه طبقه با دو گونه سامانه مهاربندی بررسی و نتایج آن، با پاسخهای حاصل از تحلیل ماتریسی مقایسه می‌گردد. این بخش، با تحلیل قابی هفت طبقه و چهار دهانه که دارای هفت مجموعه بادبند ضربدری می‌باشد پایان می‌پذیرد.



شکل (۷): قاب یک دهانه با ستونهای نامنشوری

$$K_{ij} = K_{ji} = \frac{I}{L} = \frac{b^3}{30000}$$

$$C_{ij} = C_{ji} = 0.500$$

در ادامه، سختی جانبی مجموعه بادبندها به یاری معادله (۳۷) حساب می‌شود:

$$K_{bs} = 2 \frac{E(0.01b^2)}{5b} \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{Eb}{390.63}$$

اکنون با مشخص شدن عاملهای موردنیاز، ضریبهای دوران و انتقال با بهره‌جویی از رابطه‌های (۹) و (۳۵) بدست می‌آید:

$$R_{21} = R_{34} = -\frac{1.2000 \times \frac{1}{16605.2}}{\frac{1}{16605.2} + \frac{1}{30000}} = -0.7724$$

$$R_{23} = -0.1781; R_{12} = R_{43} = 0$$

برای تحلیل قاب به روش کانی، نخست باید ضریبهای دوران و انتقال اعضا را محاسبه کرد. در فرآیند محاسبه این ضریبها، ثابتهای سختی و انتقال تیر و ستونهای قاب موردنیاز است. ضریب سختی و انتقال ستون نامنشوری قاب با بهره‌جویی از جدولهای مرجع [۲] به‌صورت زیر در دسترس قرار می‌گیرد:

$$K_{ij} = 5.1525 \frac{I}{L} = \frac{b^3}{4366.8}$$

$$K_{ji} = 1.3550 \frac{I}{L} = \frac{b^3}{16605.2}$$

$$C_{ij} = 0.316; C_{ji} = 1.200$$

$$\Rightarrow B_{ij} = 1.388; B_{ji} = 0.611$$

تیر قاب منشوری و دارای ضریبهای سختی و انتقال زیر می‌باشد:

$$M_{12} = 0 + \frac{0}{0.316} + 24124 + 1.388 \times (-28940) = -16045 = -1.6045qb^2$$

$$M_{21} = 0 + \frac{24124}{1.200} + 0 + 0.611(-28940) = 2421 = 0.2421qb^2$$

$$M_{23} = -13333 + \frac{5564}{0.5} + (-216) + 0 = -2421 = -0.2421qb^2$$

$$M_{32} = 13333 + \frac{-216}{0.5} + 5564 + 0 = 18465 = 1.8464qb^2$$

$$M_{34} = 0 + \frac{-938}{1.200} + 0 + 0.611(-28940) = -18464 = -1.8464qb^2$$

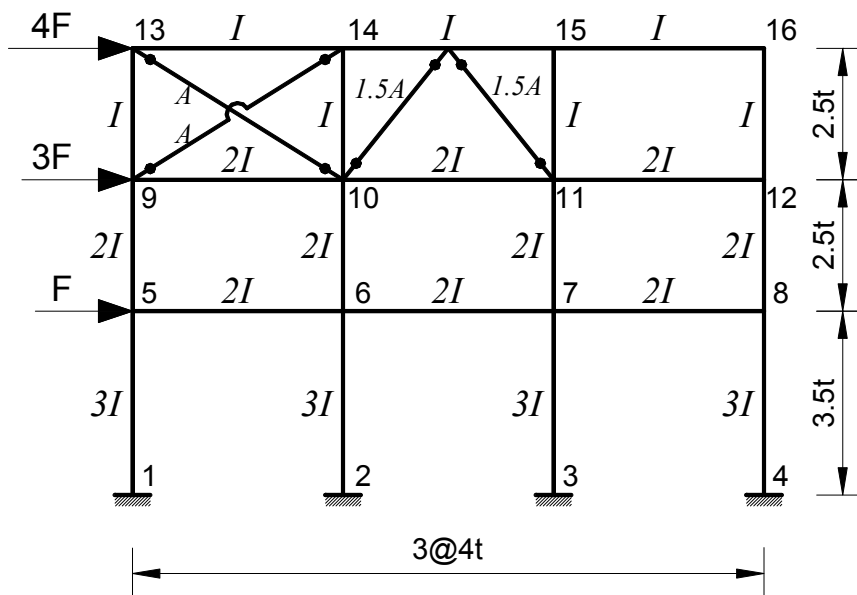
$$M_{43} = 0 + \frac{0}{0.316} + (-938) + 1.388(-28940) = -41107 = -4.1107qb^2$$

$$\Delta_s = -\frac{1.388 \times (-2.8940qb^2)}{4(10E)\left(\frac{b^3}{4366.8}\right)(1+0.316)} \times (3b) = 999.67 \frac{q}{E}$$

۶-۲ قاب سه دهانه سه طبقه

نمایش درآمده است. باید افزود، عاملهای A و I به ترتیب برابر $100/t^2$ و $t^4/20000$ می باشند که رابطه $A = 200I/t^2$ بین آنها برقرار است.

در این مثال سازه‌ای بزرگتر که دارای هر دو گونه سامانه باربر جانبی می باشد، بررسی می گردد. ویژگیهای عضوهای این قاب و مشخصه‌های هندسی آنها بر روی شکل (۹) به



شکل (۹): قاب سه دهانه سه طبقه

$$R_{9-5} = -0.5 \frac{\frac{2}{2.5}}{\frac{2}{2.5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2.5}} = -0.2353 = R_{12-8}$$

$$R_{9-13} = -0.1176 = R_{12-16}$$

$$R_{10-6} = -0.5 \frac{\frac{2}{2.5}}{\frac{2}{2.5} + \frac{2}{4} + \frac{1}{2.5}} = -0.1818 = R_{11-7}$$

$$R_{10-9} = -0.1136 = R_{10-11} = R_{11-10} = R_{11-12}$$

$$R_{10-14} = -0.0909 = R_{11-15}$$

$$R_{13-9} = -0.5 \frac{\frac{1}{2.5}}{\frac{1}{2.5} + \frac{1}{4}} = -0.3077 = R_{16-12}$$

$$R_{13-14} = -0.1923 = R_{16-15}$$

$$R_{14-10} = -0.5 \frac{\frac{1}{2.5}}{\frac{1}{2.5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = -0.2222 = R_{15-11}$$

$$R_{14-13} = -0.1389 = R_{14-15} = R_{15-14} = R_{15-16}$$

ضریبهای انتقال نیز به یاری برابری (۲۸) حساب می‌گردند:

$$D_{1-5} = -\frac{18(E)\left(\frac{3I}{3.5t}\right)}{12(E)\left(4 \times \frac{3I}{3.5t}\right) + 0} = -0.375$$

$$= D_{5-1} = D_{2-6} = \dots = D_{8-4}$$

$$D_{5-9} = -\frac{18(E)\left(\frac{2I}{2.5t}\right)}{12(E)\left(4 \times \frac{2I}{2.5t}\right) + 0} = -0.375$$

$$= D_{9-5} = \dots = D_{12-8}$$

$$D_{9-13} = -\frac{18(E)\left(\frac{I}{2.5t}\right)}{12(E)\left(4 \times \frac{I}{2.5t}\right) + 134.116 \frac{EI}{t^3} (2.5t)^2} = -0.00840 = D_{13-9} = \dots = D_{16-12}$$

با مشخص شدن تمامی عاملهای موردنیاز، تحلیل قاب شکل (۹) به روش کانی انجام می‌پذیرد. فرآیند برگشتی از دوران گره ۱ آغاز و تا دوران گره ۱۶ و بدنبال آن انتقال در

در ادامه، مقادارهای سختی جانبی مهاربندها برای هریک از سه طبقه قاب حساب می‌شود:

$$K_{b1} = K_{b2} = 0$$

$$K_{b3} = 2 \left[\frac{(200I/t^2)}{4.7170t} (0.848)^2 + \right.$$

$$\left. \frac{1.5(200I/t^2)(0.6247)^2 \right] (E) = 134.116 \frac{EI}{t^3}$$

بدلیل نبود بار میانی، لنگر گیرداری تمامی اعضا برابر صفر می‌باشد. مقادارهای برش و لنگر طبقه نیز به قرار زیر است:

$$V_1 = 8F ; M_{s1} = \frac{1}{3}(8F)(3.5t) = 9.333 Ft$$

$$V_2 = 7F ; M_{s2} = \frac{1}{3}(7F)(2.5t) = 5.8333 Ft$$

$$V_3 = 4F ; M_{s3} = \frac{1}{3}(4F)(2.5t) = 3.333 Ft$$

در ادامه به محاسبه ضریبهای دوران انتهایی اعضا پرداخته می‌شود:

$$R_{1-5} = R_{2-6} = R_{3-7} = R_{4-8} = 0$$

$$R_{5-1} = -0.5 \frac{\frac{3}{3.5}}{\frac{3}{3.5} + \frac{2}{4} + \frac{2}{2.5}} = -0.1987 = R_{8-4}$$

$$R_{5-6} = -0.5 \frac{\frac{2}{4}}{\frac{3}{3.5} + \frac{2}{4} + \frac{2}{2.5}} = -0.1159 = R_{8-4}$$

$$R_{5-9} = -0.5 \frac{\frac{2}{2.5}}{\frac{3}{3.5} + \frac{2}{4} + \frac{2}{2.5}} = -0.1854 = R_{8-12}$$

$$R_{6-2} = -0.5 \frac{\frac{3}{3.5}}{\frac{3}{3.5} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{2.5}} = -0.1613 = R_{7-3}$$

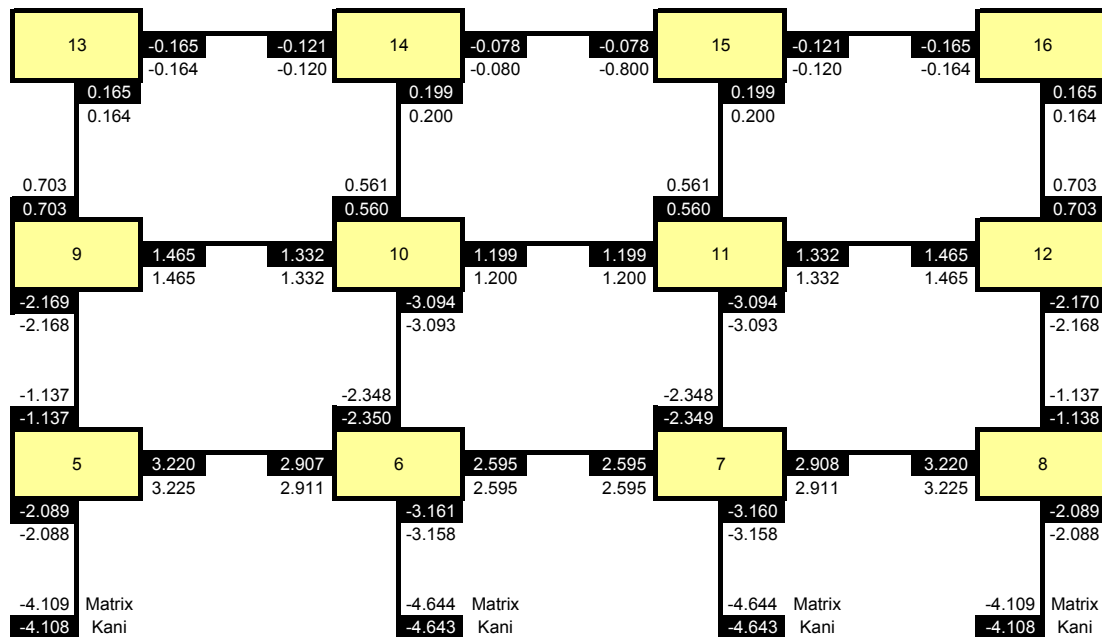
$$R_{6-5} = -0.0941 = R_{6-7} = R_{7-6} = R_{7-8}$$

$$R_{6-10} = -0.1505 = R_{7-11}$$



طبقه‌های اول، دوم و سوم پایان می‌پذیرد. از آنجا که شکل مربوط به عملیات محاسباتی کانی در این مثال بسیار بزرگ است و امکان استفاده از آن، همانند شکل (۸)، فراهم نیست، تنها به درج لنگرهای گرهی قاب پرداخته می‌شود. نانویس نماند، در مثال پایانی، با وجود بزرگتر بودن نمودار کانی، شکل کلی آن به نظر خوانندگان خواهد رسید.

خاطر نشان می‌سازد، برای بررسی درستی پاسخهای بدست‌آمده و صحت‌سنجی روش پیشنهادی، این مثال با استفاده از روش مطمئن تحلیل ماتریسی و بکار بستن نرم‌افزار تجاری SAP2000 حل می‌شود. در شکل (۸)، نتایج مربوط به روش پیشنهادی، با رنگ قلم سفید در زمینه سیاه و پاسخهای تحلیل ماتریسی، با رنگ قلم سیاه در زمینه سفید، در هر گره مشخص می‌باشد



شکل (۱۰): لنگرهای گرهی در قاب سه طبقه بر حسب Ft با استفاده از هر دو روش کانی و ماتریسی

همانطور که از نتایج درج‌شده در شکل (۱۰) مشخص است، نتایج حاصل از روش پیشنهادی، تطابق بسیار خوبی با پاسخهای حاصل از روش شناخته شده تحلیل ماتریسی دارد. باید افزود، از آنجا که روش کانی شیوه‌ای تکراری است، با افزایش شمار گامها و انجام محاسبات در چرخه‌هایی بیشتر، همین خطای اندک موجود در پاره‌ای گره‌ها را نیز می‌توان کاهش داد و به همگرایی کامل و دقیق دو شیوه مزبور دست یافت. البته در این میان، مدل‌سازی درست قاب در روش ماتریسی، به گونه‌ای که شرایط و فرضیات مربوط به روش کانی را برآورده سازد، بسیار مهم

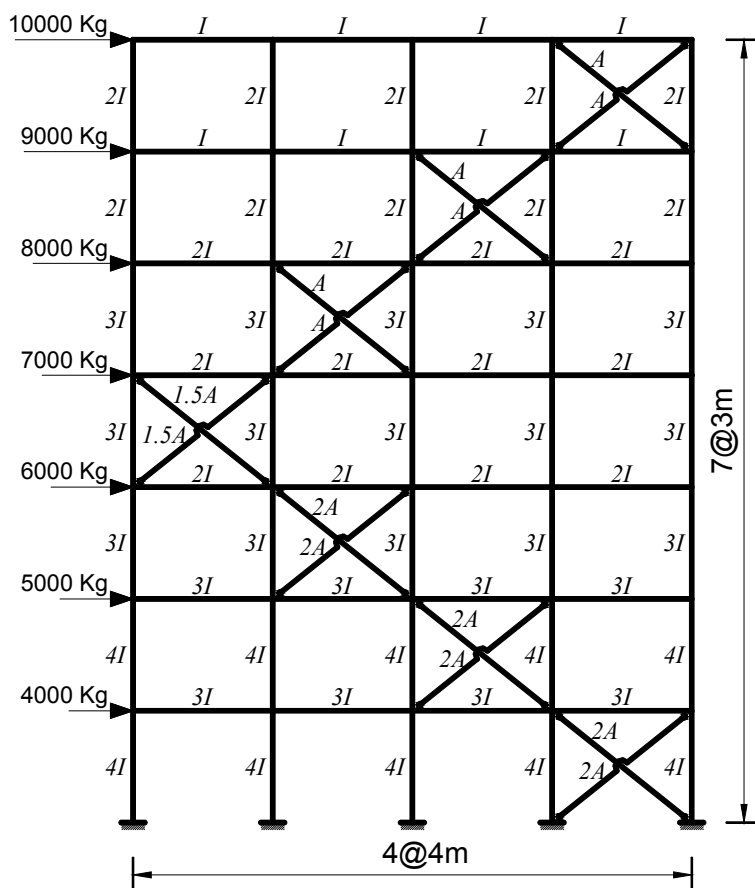
می‌باشد. یادآوری می‌کند، مهمترین شرط، چشم‌پوشی از تغییر مکانهای محوری و برشی در تیرها و ستونها و در نظر گرفتن «فقط اثر خمش» است [۱]. برای این منظور، باید سطح مقطع تمامی عضوهای خمشی و مدول برشی مصالح تشکیل‌دهنده آنها به سمت بینهایت میل کند. آشکار است این امر، با متناسب ساختن عددی بسیار بزرگ (هزاران بار بزرگتر از اعداد واقعی) به دو عامل مزبور، در نرم‌افزار SAP2000 ممکن خواهد بود.



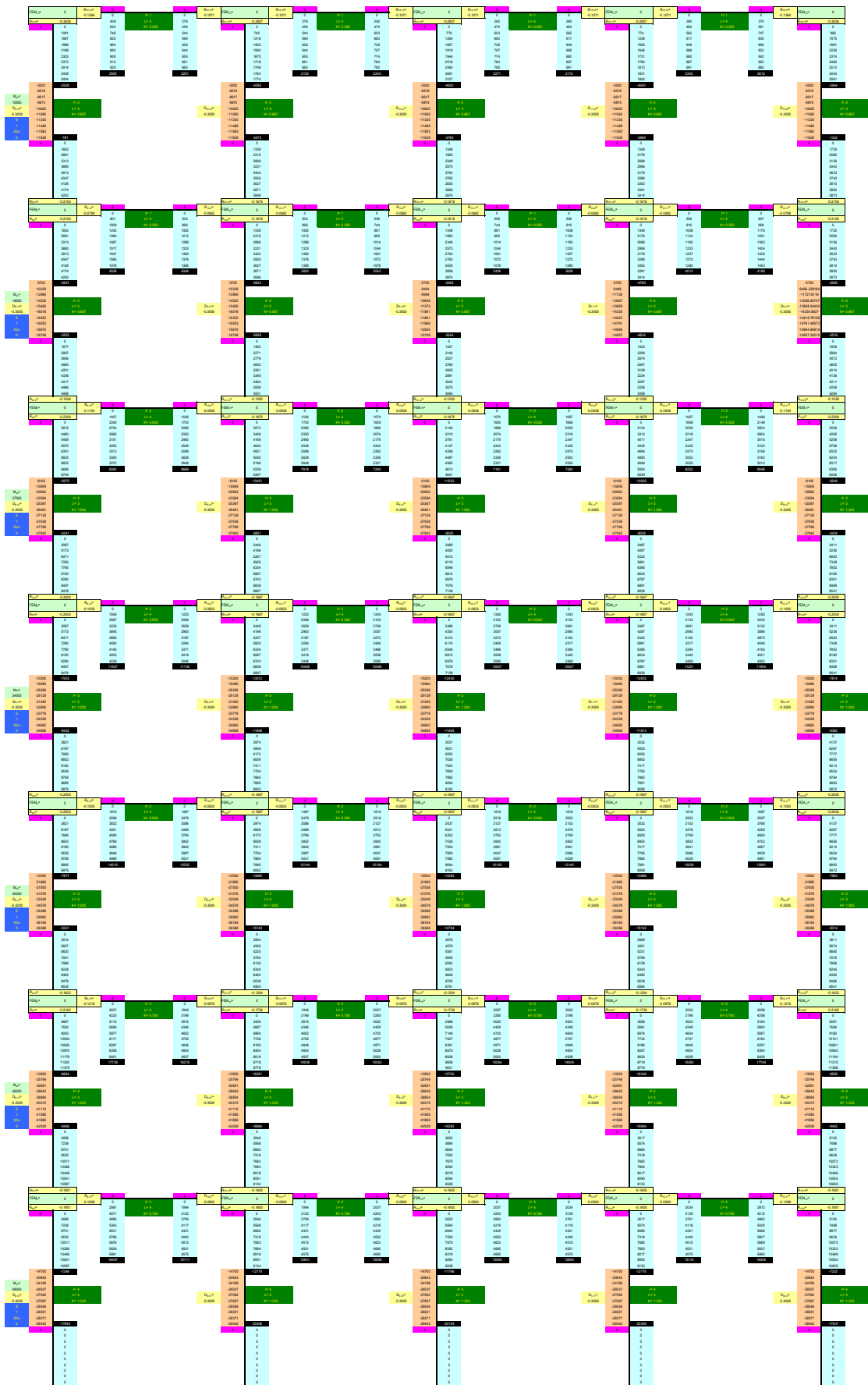
۶-۳- قاب چهار دهانه و هفت طبقه

شکل (۱۱)، قابی چهار دهانه و هفت طبقه را نشان می‌دهد که دارای سامانه مهاربندی دوگانه است. بدین معنا که افزون بر عملکرد خمشی و بکارگیری پیوندهای صلب میان تیرها و ستونها، از بادبندهای ضربدری نیز برای برداشتن نیروی افقی بهره‌جویی گشته است. ویژگیهای عضوهای این قاب و مشخصه‌های هندسی آنها بر روی شکل مزبور نمایان می‌باشد. باید افزود، ضریب کشسانی

تیرها، ستونها و بادبندها برابر E پنداشته شده است. همچنین، عاملهای I و A ، به ترتیب برابر 40 cm^4 و 15 cm^2 می‌باشند. در اینجا، از شرح فرایند محاسبه ضریبهای دوران و انتقال و سایر عاملهای وابسته که همانند روند انجام شده در دو نمونه پیشین است، خودداری می‌شود و تنها به درج نمودار محاسبه‌ای روش کانی بسنده می‌گردد. این نمودار در شکل (۱۲) به نمایش درآمده است.



شکل (۱۱): قاب چهار دهانه هفت طبقه



شکل (۱۲) : نمودار کانی مثال پایانی



۷- نتیجه گیری

در این مقاله، روش کانی که شیوه‌ای کارا و توانمند، در تحلیل قابهای خمشی است، برای قابهای دوگانه گسترش یافت. یادآوری می‌کند، در این گونه قابها، بارهای افقی افزون بر نیروهای برشی ستونها، به کمک نیروهای به وجود آمده در عضوهای مهاربندی (مانند بادبندهای ضربدری) برداشته می‌شوند. آشکار است، سهم نیروی جذب شده توسط هر یک از این دو عامل (ستونها و بادبندها) به سختی جانبی آنها وابسته می‌باشد. در شیوه پیشنهادی این مقاله، سختی جانبی عضوهای مهاربندی محاسبه شد و بطور دقیق، در رابطه‌سازی روش کانی وارد گردید. باید دانست، پیش از این امکان تحلیل قابهای

خمشی دوگانه به یاری شیوه کانی فراهم نبود و در واقع، سختی جانبی سایر اعضا صفر پنداشته می‌شد. خاطر نشان می‌نمایید، در صورت نبود عضوهای مهاربند، سختی جانبی آنها برابر صفر می‌باشد. در این حالت، با صفر نمودن عامل سختی جانبی در رابطه‌سازی پیشنهادی، می‌توان به همان رابطه‌سازی نخستین فن کانی دست یافت که این ویژگی، نمایانگر درستی شیوه پیشنهادی است. افزون بر این، تحلیل نمونه‌های عددی که پاره‌ای از آنها در این مقاله آمد و مقایسه پاسخها با روشهای دقیقی مانند شیوه تحلیل ماتریسی، از توانایی و دقت راهکار ارائه شده حکایت دارند.

۸- مراجع

۱. محمد رضایی پزند و محمد مؤیدیان، تحلیل سازه‌های دو، انتشارات دانشگاه امام رضا (ع)، ۱۳۸۳.
۲. جداول ثابتهای قابها، ترجمه دکتر کاوه، انتشارات انجمن سیمان پرتلند.

