



کنترل ارتعاشات سازه‌های فولادی مبتنی بر عدم یقین توسط تئوری

پس خوراند کمی و نرم بی نهایت H

فریدون امینی^۱، جواد کاتبی^۲

(دریافت: اردیبهشت ۸۸، پذیرش: مهر ۸۸)

چکیده

تئوری پس خوراند کمی (QFT) (Quantitative Feedback Theory) یک روش طراحی کنترل کننده مقاوم در حوزه فرکانسی است که قادر به غلبه بر عدم یقین‌های ساختاری (Structured Uncertainty) می‌باشد. در سال‌های اخیر کاربردهای این روش در طراحی چندین سیستم کنترلی نظیر کنترل پرواز، محرک‌های هیدرولیک و... بطور گسترده‌ای ارزیابی شده است اما این تئوری هنوز در حوزه کنترل سازه‌ها توسعه نیافته است. روش QFT یک تکنیک طراحی را با ارضاء مجموعه‌ای از شرایط عملکردی و پایداری مقاوم برای یک سیستم با عدم یقین مبتنی بر استفاده از نمودار نیکولز (Nichols Chart) مهیا می‌سازد. در این مقاله ابتدا طراحی به روش QFT با استفاده از یک مثال نمونه به منظور آشنایی با مفاهیم و مشخصات آن برای یک سیستم تک ورودی- تک خروجی ارائه می‌شود و در ادامه کارایی و قابلیت روش جدید کنترل سازه‌ای بر اساس نتایج شبیه‌سازی عددی در یک سازه چند درجه آزادی نمایش داده شده و با روش کنترل کلاسیک H_∞ مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که کوچک بودن مرتبه کنترل کننده روش QFT از مزایای مهم این روش در حوزه مهندسی عمران می‌باشد.

کلمات کلیدی

حوزه فرکانسی، تئوری پس خوراند کمی، عدم یقین پارامتری، کنترل مقاوم

Vibration Control of Uncertain Based Steel Structures with Quantitative Feedback Theory and H Infinity Norm

Fereidoun Amini, Javad katebi

ABSTRACT

Quantitative Feedback Theory, QFT, is frequency-domain-based robust control design methods that can conquest to structured uncertainty. In the last few years, its application to several control systems design such as flight control, hydraulic actuator control, etc., has been widely investigated but this theory has not been developed in the structural control field. The QFT method offers a direct design technique for satisfying a set of robust performance and stability objectives over a given range of plant parameter uncertainty based on Nichols Chart. In this paper firstly the QFT design methodology is presented through one illustrative example in order to make easy understanding of the basic principles and characteristics for single-input single-output system. Afterwards, feasibility and the efficiency of new structural control method are demonstrated by numerical simulation in multi degree of freedom structure and compared with the H_∞ robust design approach. Simulation results show that the lower order of QFT controller is important feature of QFT controller in civil engineering.

Key words

Frequency-Domain, Quantitative Feedback Theory, Parametric Uncertainty, Robust Control

۱. دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران famini@iust.ac.ir (نویسنده مسئول)

۲. دانشجوی دکتری زلزله، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران jkatebi@iust.ac.ir

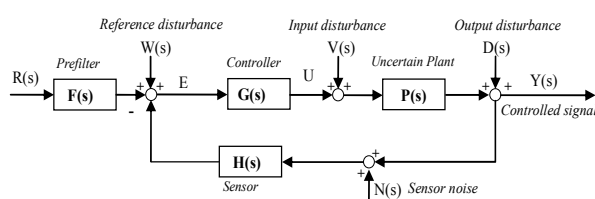


می‌شود کنترل کننده‌ای طراحی شود که موارد بیشتری از عدم یقین‌ها را پوشش دهد با توجه به این مسایل ایده کنترل مقاوم جهت برخورد با این گونه مسائل ابداع شد.

۲- مبانی تئوری پس‌خوراند کمی

تئوری پس خوراند کمی برای طراحی کنترل کننده‌های مقاوم در حوزه فرکانسی توسط هورویتز^۱ در سال ۱۹۵۹ معرفی شد [۵ و ۴]. اساس تفکر QFT اینست که برای کنترل فرآیندی با عدم یقین قطعاً لازم است از کنترل حلقه بسته استفاده شود، کما اینکه در صورت نبود عدم قطعیت در سیستم‌ها حتی جهت پایدار سازی هم نیاز به حلقه بسته وجود ندارد. در روش QFT اساس طراحی بر این است که کنترل کننده در هر فرکانس میزان فیدبک لازم جهت حصول به هدف را تهیه و وارد فرآیند مینماید. جزئیات بیشتر روش QFT در [۷ و ۶] ارائه شده است.

در شکل (۱) نمایش بلوکی عمومی دو درجه آزادی برای سیستم‌های خطی با عدم یقین و تغییر ناپذیر با زمان LTI^۲ در روش QFT ارائه شده است. بلوک P شامل سیستم‌های با عدم قطعیت است که تحت تاثیر اغتشاشات D و V قرار می‌گیرد، $G(s)$ بیانگر تابع تبدیل کنترلر است که می‌تواند تغییرات خروجی فرآیند به واسطه عدم یقین‌ها و اغتشاشات را کاهش دهد در حالیکه $F(s)$ تنها بعنوان یک پیش فیلتر جهت شکل دهی ورودی مرجع R برای رسیدن به خروجی مطلوب طراحی می‌شود.



شکل (۱): دیاگرام سیستم حلقه بسته با دو درجه آزادی [۷]

امروزه کاربرد سیستم‌های کنترلی بطور گسترده‌ای رواج یافته است. صرفنظر از تجهیزات بکار گرفته شده برای کنترل، در دو دهه اخیر انواع متنوعی از استراتژی‌ها برای کنترل سازه‌های ساختمانی ارائه شده است [۱]. وابسته بودن به اطلاعات، مدل محاسباتی، انواع اندازه‌گیری‌ها، محرک‌ها و اغتشاشات؛ هر راه حل کنترلی را تنها برای یک یا چند نوع سازه خاص و نه همه آنها مناسب می‌سازد. بنابراین تلاش اصلی کنترل سازه‌ای یافتن قوانین کنترلی مناسبی می‌باشد که خصوصیات حداقلی نظیر مقاوم‌بودن، پایداری، قابلیت اجرا، تلاش کنترلی حداقل و... را برآورده سازد. در حالیکه برخی عوامل نظیر دینامیک محرک‌ها، عدم یقین‌های پارامتریک، غیرخطی‌ها، محدودیت‌های اندازه‌گیری و... این قوانین را تحت الشعاع قرار می‌دهند.

اغتشاشات خارجی نظیر تحریکات لرزه‌ای، بادهای شدید همگی طبیعت ناشناخته و غیرقابل پیش بینی دارند. همچنین زمانی که یک سیستم کنترل پس خور بکار می‌رود اما متغیرهای اندازه‌گیری شده مقدار واقعی ندارد، موثر بودن استراتژی کنترل کاهش می‌یابد و تضمین پایداری نیز ممکن است در عمل از بین برود بنابراین دقت اندازه‌گیری‌ها یک عدم یقین بوجود می‌آورد [۲]. یک محدودیت اضافی اینکه نمیتوان همه متغیرها را مستقیماً اندازه‌گیری کرد و تنها یک سری از سنسورها را می‌توان در سازه نصب کرد بنابراین شناخت از همه متغیرها در هر موقعیت از سازه اغلب غیر ممکن است. از این رو استراتژی کنترل باید تنها بر استفاده از اندازه‌گیری‌ها متناظر زمانی در نقاط کاملاً نزدیک به محرک‌ها متمرکز شود [۳]. اغلب سیستم‌های کنترل بر مبنای مدل‌های ریاضی طراحی میشوند در صورتیکه در همه مدل‌ها عدم قطعیت‌های ذاتی وجود دارد که جواب واقعی سیستم را غیرقابل دسترس می‌نماید. عدم یقین‌ها به دلایل دیگری نظیر ملاحظه غیرخطی‌های پارامتریک، تغییرات پارامترها به واسطه تحریکات خارجی یا مرور زمان و نادیده گرفتن تغییرات مشخصات دینامیکی در سازه‌ها مثل سختی و میرایی نیز ایجاد می‌شوند [۳]. در نهایت میتوان گفت عدم قطعیت‌ها باعث پیچیده‌تر شدن مسائل می‌گردد در حالی که سعی

¹ Horowitz

² Linear Time Invariant



تبدیل حلقه باز اسمی و سیستم نامی یا اسمی می باشند. شروط (الف) و (ب) در طول مرحله شکل دهی حلقه ارضا می شوند (قسمت ۲-۱-۳) و شرط سوم نیز معادل اعمال یک قید در دامنه بهره حلقه بسته به شرح زیر است:

$$|T(j\omega, \alpha)| = \left| \frac{L(j\omega, \alpha)}{1 + L(j\omega, \alpha)} \right| \leq M \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (2)$$

که $T(s, \alpha)$ تابع تبدیل حلقه بسته است که M یک حاشیه بهره را به پایداری حلقه بسته اعمال می نماید.

III ردیابی مقاوم ورودی مرجع

برای عملکرد مناسب ردیابی، پیش فیلتر می بایست نامساوی زیر را ارضاء نماید:

$$T_l(\omega) \leq |F(j\omega)T(j\omega, \alpha)| \leq T_u(\omega) \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (3)$$

که T_l و T_u به ترتیب کرانهای بالا و پایین عملکرد ردیابی می باشند. در شکل (2-a) و (2-b) نمایشی از این باندها در حوزه فرکانسی و زمانی ارائه شده است. نحوه دستیابی به این مرزهای ردیابی بر اساس پاسخ زمانی مناسب به ورودی پله واحد توسط Houppis در [V] ارائه شده است.

III حذف اغتشاش در ورودی

معیار عملکرد مقاوم QFT در حذف اغتشاش V عبارتست از:

$$\max_{\alpha \in \Omega} |T_V(j\omega, \alpha)| \leq M_V(\omega) \quad \forall \omega \in [0, \omega_V) \quad (4)$$

که $T_V(s, \alpha) = \frac{P(s, \alpha)}{1 + L(s, \alpha)}$ تابع انتقال از اغتشاش به خروجی می باشد و $M_V(\omega)$ دامنه رد اغتشاش می باشد.

IV حذف اغتشاش در خروجی

برای حذف اغتشاش در خروجی یک محدوده فرکانسی بر روی تابع حساسیت به شرح ذیل اعمال می شود:

$$\max_{\alpha \in \Omega} |S(j\omega, \alpha)| \leq M_D(\omega) \quad \forall \omega \in [0, \omega_D) \quad (5)$$

که $S(s, \alpha) = \frac{1}{1 + L(s, \alpha)}$ تابع حساسیت و $M_D(\omega)$ دامنه رد اغتشاش می باشد.

در ساختار QFT اگر طراحی G و F مدنظر باشد ساختار دو درجه و اگر هدف تنها تعیین G باشد ساختار یک درجه آزادی حاصل می شود [V].

تابع تبدیل هر سیستم با عدم قطعیت در حوزه فرکانسی را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$P(s, \alpha) = \frac{p_{1m}(\alpha)s^m + \dots + p_{10}(\alpha)}{p_{0n}(\alpha)s^n + \dots + p_{00}(\alpha)}, \quad m \leq n \quad ()$$

که $\alpha \in \Omega \subset R^p$ بردار پارامترهای عدم یقین می باشد و Ω مجموعه ای از تغییرات پارامترها است که می تواند به صورت $\Omega = \{\alpha : \alpha_i \in [\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i], i = 1, \dots, p\}$ بیان شود. هر کدام از پارامترهای با عدم یقین نظیر $\alpha_i (i = 1, \dots, p)$ مستقلاً در بازه $[\underline{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i]$ قابل تغییر است طوری که با انتخاب یک بردار مشخص مانند α_n می توان سیستم اسمی $P_n = P(s, \alpha_n)$ را بدست آورد. برای بسیاری از مسائل عملی دارای عدم قطعیت پارامتری می توان از فرم نمایش رابطه (۱) بهره برد.

۲-۱- طراحی QFT [۷، ۸]

فرآیند طراحی QFT در طراحی دو تابع تبدیل پایدار $G(s)$ و $F(s)$ خلاصه می شود، بطوریکه مشخصات عملکردی ذیل را در حالیکه پهنای باند کنترل کننده در حداقل ممکن قرار دارد برآورده سازند.

I پایداری مقاوم حلقه بسته

در روش QFT پایداری حلقه بسته با ارضاء قضیه پایداری به شرح زیر تامین می شود:

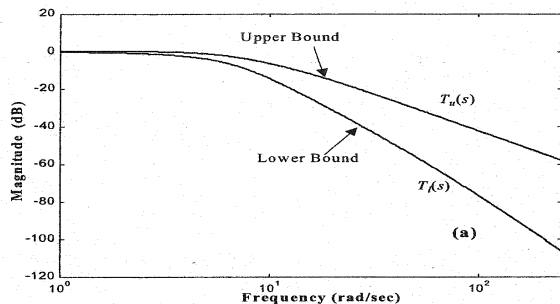
قضیه پایداری QFT: مجموعه سیستم با عدم یقین مشخص شده توسط رابطه (۱) پایدار مقاوم است اگر و تنها اگر: الف) هیچ گونه حذف صفر و قطبی در نیم صفحه مختلط بسته سمت راست رخ ندهد.

ب) کنترل کننده $G(s)$ حداقل یک عضو از خانواده $P(s, \alpha)$ را پایدار نماید.

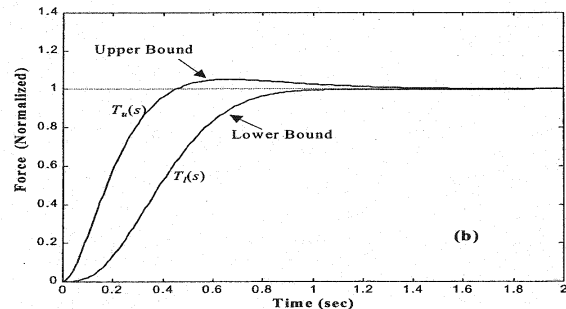
ج) به ازاء تمام فرکانسها و عدم یقینها، درجه سیستم کاهش نیابد یعنی: $L_n(j\omega) = P_n(j\omega)G(j\omega) \neq -\frac{P_n(j\omega)}{P(j\omega, \alpha)}$ که L تابع تبدیل حلقه باز، $L_n = P_n G$ و P_n نیز به ترتیب تابع



رابطه تحلیلی کنترلر یا پیش فیلتر حاصل می‌شود. در مراحل ترسیم QFT همیشه از نمودار نیکولز بهره برده می‌شود. که در بخش‌های بعد به تفصیل معرفی شده است. برای دستیابی به بهترین پاسخ، طراحی QFT طی پنج مرحله زیر صورت می‌گیرد [۷].



در نهایت می‌توان گفت در روش QFT ابتدا بر اساس قیود بدست آمده از مشخصات عملکردی ذکر شده نواحی مجاز و غیر مجازی به صورت ترسیمی برای سیستم اسمی بدست می‌آید و سپس با استفاده از تکنیک‌های ترسیمی کنترل کننده یا پیش فیلتر به گونه‌ای شکل داده می‌شود که این نواحی را مد نظر قرار دهد سپس از نمودار ترسیمی حاصل



شکل (۲): مرزهای ردیابی در حوزه فرکانسی و زمانی [۷]

با توجه به $L=PG$ ، تغییرات تابع تبدیل حلقه باز با تغییرات P متناظر است. بنابراین با انتخاب یک مدل اسمی نظیر P_n ، $L_n = P_n G$ نتیجه می‌شود که پارامترهای انتخابی برای مدل اسمی می‌توانند $k=1$ و $a=4$ باشند و حاصل $P_n = 4/s^2 + 4s$ می‌شود. لازم به ذکر است که الگوها یا تمپلت‌های L هم‌اندازه با P می‌باشند و از انتقال $P(j\omega)$ به اندازه زاویه $\angle G(\omega)$ بطور افقی و به اندازه دامنه $|G(j\omega)|$ بطور قائم حاصل می‌شود و شکل و اندازه آن دقیقاً مشابه الگوی P می‌باشد. از الگوها برای تولید کران‌های مجاز مطابق با مشخصات عملکردی جهت طراحی کنترل کننده بهره برده می‌شود.

۲-۱-۲- تعیین باندهای L_n براساس حدود عملکرد و نامعینی سیستم

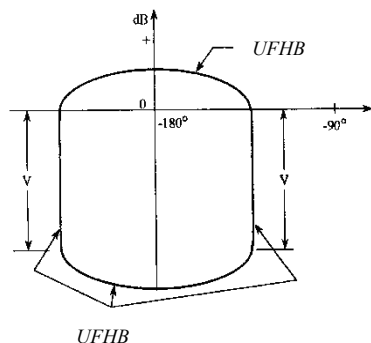
برآورد هر یک از ویژگیهای عملکرد مقاوم مطابق روابط (۳)، (۴) و (۵) و پایداری مقاوم طبق رابطه (۲) برای سیستم با عدم یقین P ، محدودیت‌های را روی تابع انتقال حلقه، L اعمال می‌نماید. این محدودیت‌ها بصورت کران $B(\omega)$ ، دیاگرام نیکولز را به دو ناحیه تقسیم می‌کند. قرارگرفتن $L_n = P_n G$ در یک ناحیه سبب برآورده شدن

۲-۱-۱- تعیین الگوی سازه (P) و حلقه باز (L=PG)

در این گام سعی می‌شود عدم یقین‌های مدل در دیاگرام نیکولز (Nichols Chart) نمایش داده شود. (در دیاگرام نیکولز محور افقی معرف فاز بر حسب درجه و محور قائم معرف دامنه تابع تبدیل بر حسب دسی بل dB می‌باشد). در هر فرکانس یک عدد مختلط است و به علت عدم یقین، الگوی $P(j\omega)$ یک مجموعه از اعداد مختلط متناظر با عدم یقین‌ها در هر فرکانس است. بنابراین ناحیه‌ای از نمودار نیکولز که توسط مجموعه‌ای از اعداد مختلط اشغال می‌شود تمپلت یا الگوی نامعینی سیستم در هر فرکانس نامیده می‌شود. در واقع الگوی هر سیستم نشانگر عدم قطعیت پارامتری سیستم در فرکانس‌های پایین و متوسط است و تعیین دقیق آن از اهمیت بسزایی برخوردار است چرا که QFT صرفاً از این قسمت می‌تواند برخلاف دیگر روشهای کنترل مقاوم، نامعینی فاز را وارد طراحی نماید. بعنوان نمونه برای $P(s) = \frac{ka}{s^2 + sa}$ با عدم یقین پارامتریک $k \in [1, 10]$ و $a \in [4, 8]$ الگوها در فرکانس‌های $\omega = 2, 10 \text{ rad/s}$ در شکل (۳) نمایش داده شده است [۱۳].



یک پاسخ قطعی دست یافت. خلاصه ای از این روش‌ها در [۸] جهت تعیین $B(\omega)$ ارائه شده است. نمونه‌ای از باندهای ترسیمی برای مثال فوق در شکل (۵) دیده می‌شود.



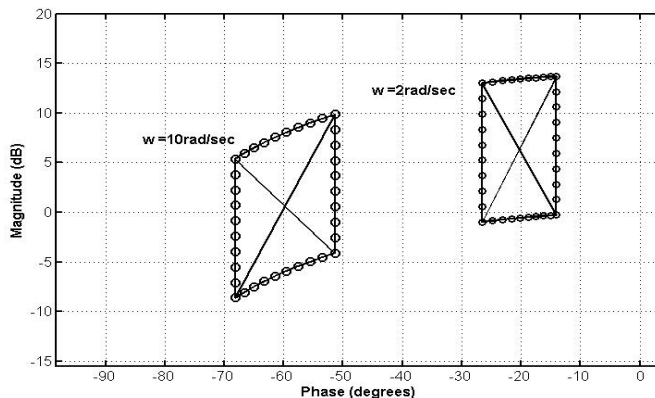
شکل (۴): باند فرکانس عمومی بالا یا کانتور U [۶]

راست به چپ دور بزند. به این عمل چرخش گفته شده و باعث می‌شود که پهنای باند L_n و در نتیجه پهنای باند کنترل کننده $G(s)$ محدود شود. عمل شکل‌دهی حلقه یک کار هنری قلمداد می‌شود که به تجربه طراح وابسته بوده و با سعی و خطا حاصل می‌شود. پس از آنکه تابع تبدیل حلقه باز به صورت ترسیمی بدست آمد؛ به راحتی با استفاده از رابطه جبری تابع بدست آمده و بر اساس رابطه $G = \frac{L_n}{P_n}$ و اینکه P_n نیز معلوم می‌باشد کنترل‌کننده حاصل می‌شود. برای مثال در شکل (۵) نمونه‌ای از تابع تبدیل حلقه باز بدست آمده از شکل‌دهی حلقه ترسیم شده است.

۲-۱-۴- طراحی پیش فیلتر

با شکل‌دهی مناسب تابع تبدیل حلقه L_n در قسمت قبل، این تضمین ایجاد می‌شود که تغییرات در $|T|$ کمتر و یا در حدود مجاز خواهد بود ولی با این وجود بسیاری از پاسخ خارج از کران‌های مجاز قرار می‌گیرند. بنابراین لازم است با طراحی مناسب پیش فیلتر، پوش تغییرات حلقه بسته به درون ناحیه مجاز انتقال داده شود.

ویژگی و در ناحیه دیگر نقض ویژگی را به دنبال دارد. تعیین کران‌ها ابتدا با سعی و خطا صورت می‌گرفت سپس یک فرآیند طولانی از کار گرافیکی روی الگوها جایگزین آن گردید و با ارائه یک روش جبری مساله تعیین کران به



شکل (۳): تمپلت سیستم در $\omega=2,10 \text{ rad/s}$

از آنجا که در فرکانس‌های پایین و متوسط مشخصه‌های ردیابی و حذف اغتشاش کران‌هایی را بر $|L|$ تحمیل می‌کنند که بر کران پایداری مقاوم غالب می‌باشند لذا کران پایداری عموماً بیانگر محدودیت‌های $|L|$ در فرکانس‌های بالا است که تحت عنوان UHFHB^۱ نامیده می‌شود شکل (۴). این باند به این معنی است که حلقه باز اجازه نزدیکی به نقطه $(-1+0j)$ در صفحه مختلط را که باعث ناپایداری سیستم می‌شود؛ ندارد.

۲-۱-۳- شکل‌دهی حلقه باز

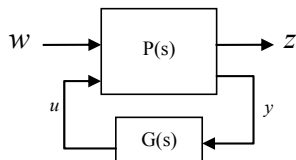
پس از مشخص شدن مرزهای فرکانسی، گام بعدی طراحی تابع تبدیل قابل ساختی است که در هر فرکانس باندهای مربوطه را ارضاء نماید. در این قسمت از روش‌های شکل‌دهی حلقه و با اضافه کردن یکسری توابع به تابع تبدیل اسمی سیستم، L_n طوری شکل داده می‌شود که علاوه بر ارضاء مرزهای مربوط در هر فرکانس، بلافاصله به کانتور UHFHB رسیده و آنرا حتی المقدور در حالت مماسی از

^۱ Universal High-Frequency Bound

توسعه آن اشاره شده است. مفهوم کلیدی در H_∞ ، نرم بینهایت تابع تبدیل می‌باشد که می‌تواند تعبیری از بهره سیستم باشد. بنا به تعریف و مطابق رابطه (۶) نرم بینهایت برابر با بزرگترین مقدار منفرد ماتریس تبدیل سیستم در تمامی فرکانس‌ها است.

$$\|T\|_\infty = \sup_{\omega} \{\bar{\sigma}(P(j\omega))\} \quad (۶)$$

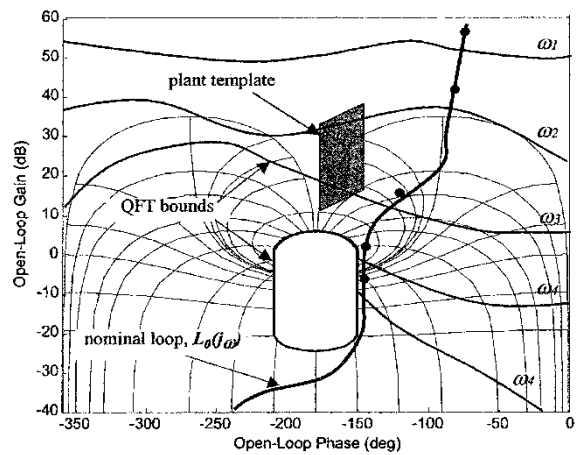
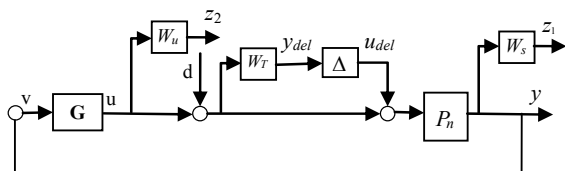
که \sup بیانگر حداکثر مقدار و $\bar{\sigma}$ مین مقدار منفرد تابع تبدیل سیستم P می‌باشد. در شکل (۷) نمایش تعمیم یافته از سیستم، کنترل کننده و عدم یقین‌ها به همراه ورودی و خروجی‌ها ارائه شده است که P فرآیند تعمیم یافته و G کنترل کننده تعمیم یافته است.



شکل (۷): سیستم کنترل تعمیم یافته [۲]

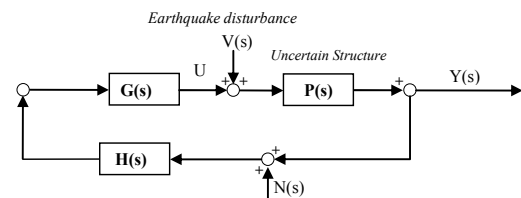
همچنین w, z, u و y به ترتیب ورودی‌های مرتبط با اغتشاش خارجی، خروجی‌های عملکردی، سیگنال کنترلی و خروجی‌های اندازه‌گیری شده می‌باشند.

به منظور استفاده از روش H_∞ شکل (۷) با حضور نامعینی ضربی و اغتشاش به صورت نمایش بلوکی شکل (۸) قابل تفکیک می‌باشد. در این شکل بلوک‌های با پارامتر W مبین توابع وزنی می‌باشند که جهت اعمال نامعینی و نیز حصول به هر یک از مشخصات عملکردی در طول پروسه طراحی توسط طراح انتخاب میشوند. بلوک P_n سیستم اسمی و G کنترلر را مشخص می‌نمایند. Δ نیز نشانگر عدم یقین می‌باشد.



شکل (۵): شکل دهی حلقه [۴]

با توجه به اینکه در کنترل سازه‌ها هدف اساسی کاهش ارتعاشات تا حد ممکن می‌باشد و از آنجایی که عملاً ورودی مرجع وجود ندارد $R(s)$ می‌تواند صفر منظور شود و بنابراین در این گونه مسایل مرحله طراحی پیش فیلتر حذف می‌گردد و با توجه به نوع اغتشاشات وارده به سازه نمودار بلوکی شکل (۱) در کنترل سازه ای به صورت شکل (۶) ارائه می‌شود.



شکل (۶): دیاگرام بلوکی کنترل سازه‌ها در ساختار QFT

۲-۱-۵- بررسی صحت کنترلر طراحی شده

آخرین گام در پروسه طراحی بررسی و تایید کنترل کننده بدست آمده است که می‌بایست گیرد که برای این منظور پاسخ سازه به تحریکات لرزه ای مورد توجه قرار می‌گیرد.

۳- مروری بر روش کنترل نرم بینهایت H_∞

برجسته ترین ویژگی روش کنترل H_∞ توانایی آن در ملاحظه عدم یقین‌های سیستم می‌باشد. این روش در سال ۱۹۸۰ توسعه یافت در [۹،۱۰،۱۱،۱۲] به مفاهیم و مراحل

² supermom

¹ H Infinity



شکل (۸): دیاگرام بلوکی سیستم با حضور نامعینی ضریبی

و اغتشاش [۹]

با توجه به شکل (۸) روابط زیر برقرار است:

(۷)

$$\begin{cases} y_{del} = W_T(d+u) \\ z_1 = P_n W_S(u_{del} + d + u) \\ z_2 = W_u u \\ v = -y = -P_n(d+u+u_{del}) \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} y_{del} \\ z_1 \\ z_2 \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & W_T & W_T \\ P_n W_S & P_n W_S & P_n W_S \\ 0 & 0 & W_u \\ -P_n & -P_n & -P_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{del} \\ d \\ u \end{bmatrix}$$

اگر بلوک P در شکل (۷) به صورت زیر تفکیک شود:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (۸)$$

بر اساس شکل (۷) و رابطه (۸) برای مولفه‌های P می‌توان نوشت:

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 0 & W_T \\ P_n & P_n W_S \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, P_{12} = \begin{bmatrix} W_T \\ P_n W_S \\ W_u \end{bmatrix}, P_{21} = \begin{bmatrix} -P_n & -P_n \end{bmatrix}, P_{22} = -P_n \quad (۹)$$

از طرفی تابع تبدیل از ورودی‌های w و u به خروجی‌های z و y برابر است با:

$$F_I(P, G) = P_{11} + P_{12}G(I - GP_{22})^{-1}P_{21} = N \quad (۱۰)$$

در رابطه فوق $F_I(P, G)$ نشانگر تابع تبدیل حلقه بسته با کنترل کننده G است با جایگذاری مقادیر P در رابطه (۱۰) داریم:

$$N = \begin{bmatrix} -W_T T & -W_T T \\ P_n W_S S & P_n W_S S \\ -W_u T & -W_u T \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

که $T = \frac{P_n G}{1 + P_n G}$ (تابع متمم حساسیت) و $S = \frac{1}{1 + P_n G}$ (تابع حساسیت) است. کنترل کننده H_∞ ماکزیمم مقدار منفرد ماتریس $N \times N$ را که توسط رابطه (۱۰) بدست می‌آید؛ مینیمم می‌کند.

$$\bar{\sigma}(N) = \left[(|W_T T|^2 + |P_n W_S S|^2 + |W_u T|^2) \right]^{1/2} \quad (۱۲)$$

در طراحی کنترل کننده مقاوم باید سه تابع وزنی باید انتخاب شوند. اولین تابع وزنی W_T است که با شناسایی سیستم و استخراج نامعینی بدست می‌آید. دومین تابع وزنی W_S است که به منظور اخذ عملکرد مناسب از سیستم طرح

می‌شود و در نهایت W_u که برای اعمال محدودیت روی سیگنال کنترلی انتخاب می‌شود.

نامعینی را به طرق مختلفی می‌توان لحاظ کرد در این مقاله برای طراحی کنترل کننده H_∞ از نمایش نامعینی ضریبی استفاده می‌شود به همین منظور از میان توابع تبدیل احتمالی برای یک سیستم یکی از آنها به عنوان سیستم اسمی انتخاب می‌شود. این تابع تبدیل باید به گونه ای باشد که نمودار بودی آن در میان بقیه توابع قرار گیرد و رفتار متوسطی از سیستم را نشان دهد و بر همین اساس تابع وزنی نامعینی به صورت رابطه (۱۳) تعیین می‌شود.

$$\left| W_T \right| \left| \frac{P_i}{P_n} - 1 \right| \quad (۱۳)$$

که P_i بیانگر تابع تبدیل در هر نقطه کاری سیستم و P_n نشان‌دهنده سیستم اسمی می‌باشد. لذا برای تعیین تابع وزنی نامعینی پاسخ فرکانس $1 - P_i/P_n$ به ازاء مقادیر ممکن نامعینی بدست آورده و حد بالای آن را به عنوان W_T انتخاب می‌کنیم. تابع وزنی W_S بر اساس کوچک بودن تابع حساسیت S انتخاب می‌شود زیرا کوچک بودن تابع حساسیت معیاری برای عملکرد مناسب سیستم می‌باشد.

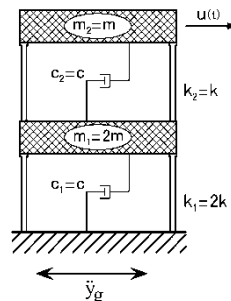
با مشخص شدن توابع وزنی و سیستم اسمی اطلاعات برای ساختن سیستم تعمیم یافته کافی است. پس از تعیین آن به وسیله نرم افزار MATLAB طراحی کنترل کننده H_∞ انجام می‌گیرد. در نهایت می‌توان گفت که الگوریتم H_∞ یک کنترل کننده بهینه می‌یابد که برای یک γ مشخص یک کنترلر پایدار ساز حاصل می‌کند به طوریکه $\|F_I(P, G)\|_\infty < \gamma$ و در واقع طراحی کنترل کننده با حل مساله حساسیت مخلوط به شرح ذیل انجام می‌شود:

$$\gamma_{opt} = \min \left\| \begin{bmatrix} W_T T \\ W_S P_n^{-1} S \\ W_u u \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (۱۴)$$

۴- مدل سازه‌ای دارای عدم یقین و طراحی کنترلر مقاوم به منظور بررسی قابلیت و کارایی روش کنترل QFT، نمونه سازه ای نظیر شکل (۹) مورد ارزیابی عددی قرار می‌گیرد.

جهت مقایسه هر دو روش QFT و کنترل مقاوم کلاسیک H_∞ بررسی می‌شود.

در این شبیه سازی عددی از زلزله ال سنترو به عنوان اغتشاش خارجی بهره برده می‌شود.



شکل (۹): سازه دو طبقه نمونه

شکل (۹) یک سازه دو طبقه است که نیروی کنترلی توسط ابزار کنترلی در تراز طبقه دوم به منظور کنترل بازتاب آن اعمال می‌شود. معادلات حرکت برای سیستم نمایش داده شده تحت تحریک تراز پایه عبارتند از:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) + k_1 y_1(t) = m_1 \ddot{y}_g(t) + m_2 \ddot{y}_g(t) - m_2 \ddot{y}_2(t) - u(t) \\ m_2 \ddot{y}_2(t) + c_2 [\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t)] + k_1 [y_2(t) - y_1(t)] = m_2 \ddot{y}_g(t) - u(t) \end{cases} \quad (15)$$

۴-۱- طراحی با روش QFT

به منظور طراحی با QFT می‌بایست معادلات حرکت در قالب معادله (۱) بیان شوند با توجه به اینکه در روش QFT نیروی زلزله به عنوان اغتشاش خارجی شناخته شده و وارد حلقه می‌شود؛ رابطه (۱۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) + k_1 y_1(t) = -m_2 \ddot{y}_2(t) - u(t) \\ m_2 \ddot{y}_2(t) + c_2 [\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t)] + k_1 [y_2(t) - y_1(t)] = -u(t) \end{cases} \quad (16)$$

با فرض شرایط اولیه صفر تبدیل لاپلاس (۱۶) عبارتست از:

$$\begin{cases} m_1 Y_1(s) s^2 + c_1 Y_1(s) s + k_1 Y_1(s) = -m_2 Y_2(s) s^2 - U(s) \\ m_2 Y_2(s) s^2 + c_2 [Y_2(s) - Y_1(s)] s + k_1 [Y_2(s) - Y_1(s)] = -U(s) \end{cases} \quad (17)$$

که $Y_1(s)$ ، $Y_2(s)$ و $U(s)$ به ترتیب تبدیل لاپلاس توابع $y_1(t)$ ، $y_2(t)$ و $u(t)$ هستند. در نهایت اگر $Y_1(s)$ را از

رابطه اول معادله (۱۷) بدست آورده و در رابطه دوم قرار دهیم داریم:

$$\begin{aligned} & \{(m_1 m_2) s^4 + (m_1 c_2 + m_2 c_1 + m_2 c_2) s^3 + (m_1 k_2 + \\ & m_2 k_1 + c_1 c_2 + m_2 k_2) s^2 + (c_2 k_1 + c_1 k_2) s + (k_1 k_2)\} Y_2(s) = (18) \\ & -[m_1 s^2 + (c_1 + c_2) s + (k_1 + k_2)] U(s) \end{aligned}$$

در نتیجه معادله مشخصه به فرم رابطه (۱) عبارتست از:

$$P_2 = \frac{Y_2(s)}{U(s)} = \frac{p_{12} s^2 + p_{11} s + p_{10}}{p_{04} s^4 + p_{03} s^3 + p_{02} s^2 + p_{01} s + p_{00}} \quad (19)$$

$$\begin{cases} p_{12} = m_1, p_{11} = c_1 + c_2, p_{10} = k_1 + k_2 \\ p_{04} = m_1 m_2, p_{03} = m_1 c_2 + m_2 c_1 + m_2 c_2 \\ p_{02} = m_1 k_2 + m_2 k_1 + c_1 c_2 + m_2 k_2 \\ p_{01} = c_2 k_1 + c_1 k_2, p_{00} = k_1 k_2 \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر جرم، میرایی و سختی در (۱۹) داریم:

$$P_2 = \frac{2ms^2 + 2cs + 3k}{2m^2s^4 + 4mcs^3 + (5mk + c^2)s^2 + 3cks + 2k^2} \quad (20)$$

به منظور ملاحظه عدم یقین‌ها فرض می‌شود که سختی و میرایی طبقات دارای ۱۵٪ عدم یقین از مقدار اسمی می‌باشند. همچنین در این مثال با فرض $m = 1.05 \times 10^6 \text{ kg}$ ، $c_n = 1.575 \times 10^6 \text{ N.s/m}$ و $k_n = 300 \times 10^6 \text{ N/m}$ میتوان نوشت:

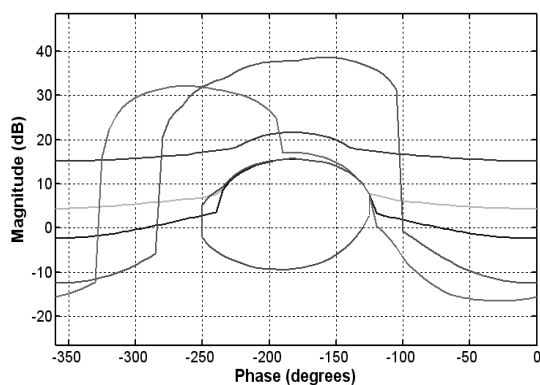
$$\begin{cases} k = [k_{\min}, k_{\max}] ; k_{\min} = 0.85k_n, k_{\max} = 1.15k_n \\ c = [c_{\min}, c_{\max}] ; c_{\min} = 0.85c_n, c_{\max} = 1.15c_n \end{cases} \quad (21)$$

گام بعدی در طراحی تعیین مشخصات عملکردی می‌باشد. مشخصه عملکرد پایداری مقاوم بر اساس رابطه (۲) به صورت زیر انتخاب می‌شود.

$$\left| \frac{PG}{1+PG} \right| = \left| \frac{L}{1+L} \right| \leq M = 1.2 \quad (22)$$

مطابق روابط $GM \geq 1 + 1/M$ و $PM = 180 - \cos^{-1}(0.5/M^2 - 1)$ که GM (Gain Margin) حاشیه فاز و PM (Phase Margin) حاشیه فاز و GM می‌باشد در این مورد حاشیه فاز حداقل ۵۰ درجه قابل دسترس می‌باشد. همچنین برای مشخصه عملکرد رد اغتشاش با استفاده از رابطه (۴) می‌توان نوشت:



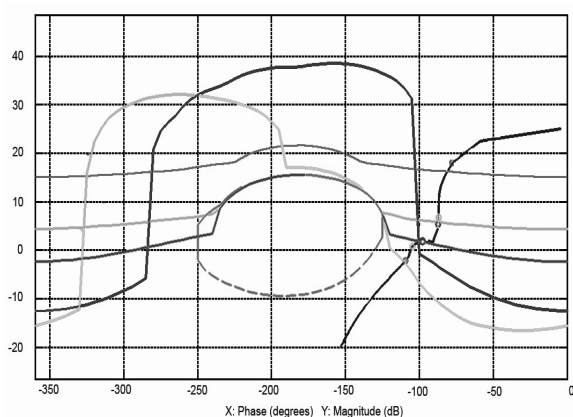


شکل (۱۱): باندهای ادغام شده

در ادامه پس از چندین با سعی و خطا و با استفاده از افزودن و حذف چندین صفر و قطب مناسب می توان حلقه باز L_n را به نحوه ای که شرایط باندها را ارضاء نماید، شکل دهی کرد. کنترل کننده طراحی شده عبارتست از:

$$G(s) = 1143 \frac{(s^2 + 41.8s + 87.12)(s^2 + 2.54s + 484.76)}{(s + 14.1)(s + 39.08)(s^2 + 12.75s + 36.42)} \quad (24)$$

شکل دهی تابع تبدیل حلقه باز اسمی با استفاده از کنترل کننده $G(s)$ ، در شکل (۱۲) ارائه شده است.



شکل (۱۲): شکل دهی تابع تبدیل حلقه باز

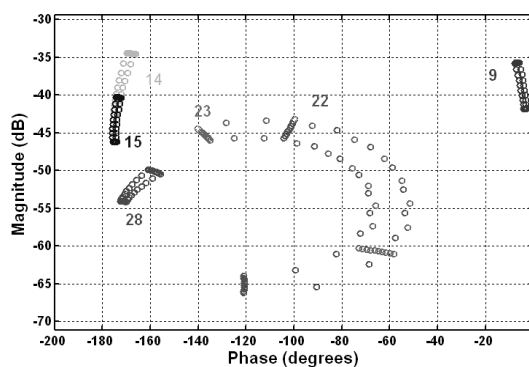
۴-۲- طراحی با روش نرم بینهایت

انتخاب توابع وزنی اولین گام در کنترل به روش H_∞ میباشد. در روش حساسیت مخلوط مرسوم، توابع وزنی برای شکل دادن به پاسخ فرکانسی تابع تبدیل سیستم انتخاب می شوند بطوریکه مشخصات عملکردی را در محدوده های فرکانسی معین برآورده نمایند. علاوه بر این افزایش مرتبه کنترل کننده بدست آمده در روش H_∞ ارتباط

$$\left| \frac{Y}{V} \right| = \left| \frac{P}{1 + PG} \right| = \left| \frac{P}{1 + L} \right| \leq |\beta(j\omega)| \quad (23)$$

$$\beta(s) = \frac{0.2s^2 + 0.8s + 0.08}{s^2 + 800s + 80}$$

البته مدل های متنوعی را می توان برای این مشخصه انتخاب نمود ساده ترین مدل رابطه $\left| T_v(j\omega) \right| = \left| \frac{Y}{V} \right| \leq \alpha_v$ می باشد که α_v یک مقدار ثابت است. در این مقاله سعی شده است مدل بگونه ای انتخاب شود که این مشخصه در محدوده فرکانسی پایین در حدود 0.1 rad/sec و در فرکانس های میانی تقریباً 1 rad/sec و در فرکانس های بالا تضمین مناسبی برای حذف اغتشاش ایجاد نماید. باتوجه به میزان عدم یقین مفروض برای مدل و نیز مشخصات عملکردی، در شکل (۱۰) الگوی نامعینی سیستم $P(s)$ و در شکل (۱۱) باندهای ادغام شده عملکرد پایداری مقاوم و حذف اغتشاش در ورودی نمایش داده شده است.



شکل (۱۰): الگوی نامعینی

در شکل (۱۰) هر نقطه مبین پاسخ فرکانسی یکی از سیستم های خانواده $P(s)$ در فرکانس معین است و نیز ملاحظه می شود

که اندازه و شکل الگوها با تغییر فرکانس تغییر می یابد.

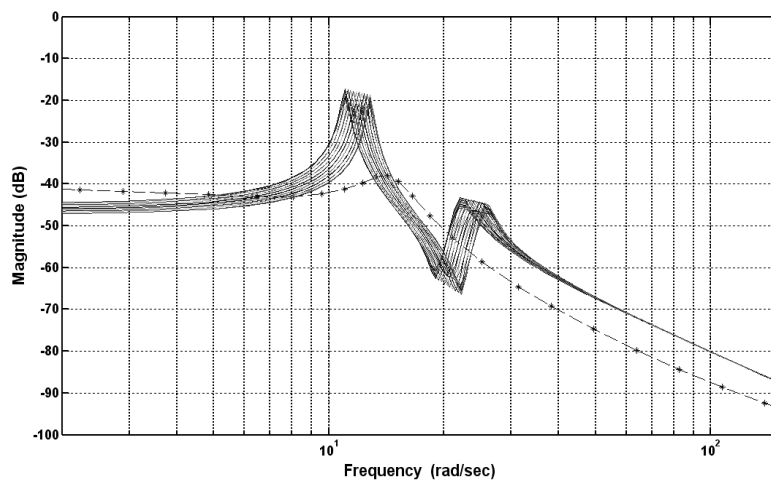
مستقیمی با توابع وزنی دارد. بنابراین در این مقاله سعی می‌شود تا حد امکان از توابع وزنی ساده بهره برده شود. در این روش می‌بایستی یک تابع اسمی برای تعیین توابع وزنی نامعینی مبتنی بر مدل نامعینی ضربی انتخاب شود. تابع تبدیل اسمی سیستم با جایگذاری مقادیر k_n و c_n در رابطه (۲۰) به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$P_n = \frac{2.1s^2 + 3.15s + 900}{2.205s^4 + 6.615s^3 + 1577.4806s^2 + 1417.5s + 180000} \quad (25)$$

برای تعیین تابع نامعینی W_T ، با استفاده از رابطه (۱۴) پاسخ فرکانسی $1 - P_i/P_n$ به ازاء توابع تبدیل در نظر گرفته شده در بازه تغییرات c و k رسم نموده و حد بالای آنرا به عنوان نامعینی وزنی در نظر می‌گیریم منحنی که حد بالای عنوان نامعینی ضربی را نمایش می‌دهد توسط رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$W_T = \frac{0.01s^2 + 2s + 48}{5s^3 + 5.5s^2 + 950s + 5290} \quad (26)$$

در شکل (۱۳) پاسخ فرکانسی تابع تبدیل در بازه تغییرات c و k نمایش داده شده است.



شکل (۱۳): دیاگرام بودی توابع تبدیل در بازه تغییرات c و k

در کنترل سازه‌ها تابع وزنی عملکرد W_S ، به صورت کلی $W_S = WP_n^{-1}$ می‌باشد و W عموماً طوری انتخاب می‌شود که تابع حساسیت کوچک گردد در این پژوهش با توجه به اینکه تابع نامعینی ضربی حاصل در فرکانس‌های پایین بزرگ و در فرکانس‌های بالا کوچک است لذا با محدودیتی که نامعینی تحمیل می‌کند نمی‌توان در فرکانس‌های پایین انتظار عملکرد بالا را داشت، لذا انتخاب تابع وزنی عملکرد دشوار می‌باشد در نتیجه تابع عملکرد را به صورت استاتیکی برابر با $W = 0.7$ انتخاب می‌کنیم. در انتخاب تابع وزنی W_u چون علاقه‌مندیم که بر روی اندازه سیگنال کنترلی محدودیتی اعمال نماییم تابع به صورت ساده $W_u = 0.01$ انتخاب می‌شود. در نهایت با حل مساله

حساسیت مخلوط به شرح رابطه (۱۵) با استفاده از جعبه‌ابزار μ در نرم‌افزار MATLAB، $\gamma_{opt} = 0.8746$ حاصل می‌شود که بیانگر پایداری و عملکرد مقاوم است و از آنجا که تعداد حالت‌های سیستم تعمیم یافته برابر ۱۰ است بنابراین کنترل کننده حاصل نیز از مرتبه ۱۰ می‌باشد. پس از طراحی کنترل کننده برای سازه با عدم یقین نمونه، سازه مذکور به همراه کنترلر تحت تحریکات لرزه‌ای در تراز پایه قرار گرفته و نتایج حاصل ارائه می‌شود. به عنوان نمونه در شکل (۱۴) و (۱۵) به ترتیب جابجایی و شتاب تراز بام در حالت کنترل نشده و کنترل شده به روش QFT و H_∞ در اثر زلزله ال سترو نمایش داده شده است.



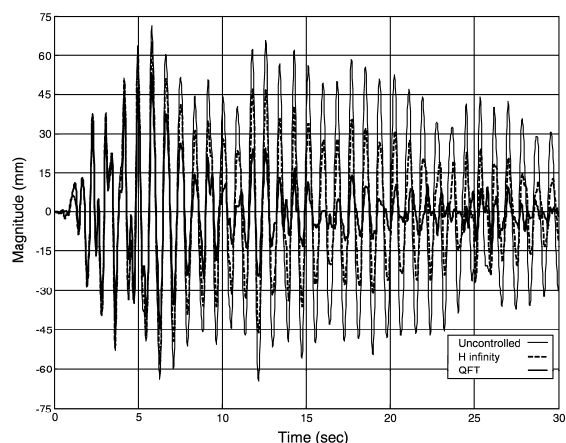
جدول (۱): مقادیر شاخص‌های عملکردی

شاخص	کنترل نشده	کنترل شده با H_∞	کنترل شده با QFT
$J_1 [mm]$	۶۵	۵۷	۴۲
$J_2 [m/s^2]$	۱۰/۹۶	۹/۸۹	۴/۷۷
$J_3 [m/s^2]$	۴/۶۴	۳/۱۹	۲/۶۵
$J_4 [KN]$	----	۷۲۴/۸۵	۳۲۳/۴۴

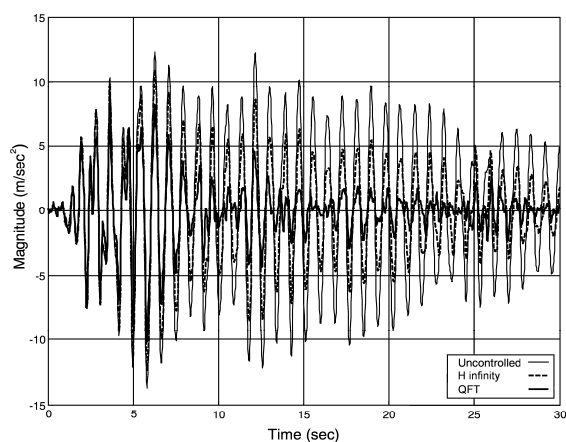
۵- نتیجه گیری

در این پژوهش برای کنترل ارتعاشات سازه‌های ساختمانی، کاربرد جدیدی از روش سنتی QFT معرفی شده است و نتایج حاصل حاکی از عملی بودن کاربرد QFT در حوزه مهندسی عمران می‌باشد. ذکر این نکته ضروری است که در صورت افزایش تعداد درجات آزادی که منجر به افزایش تعداد نقاط کنترلی و نیز نقاط اعمال نیروی کنترل می‌شود استفاده از روابط حالت یک درجه آزادی روش QFT نیاز به تغییرات اساس دارند که مطالعه و پژوهش در این زمینه در بیشتر حوزه‌ها غیر از مهندسی عمران نتایج ارزنده ای داشته است و ضرورت انجام چنین مطالعاتی در حوزه کنترل سازه‌های با چند درجه آزادی نیز مشهود می‌باشد.

با توجه به شاخص‌های عملکردی ارائه شده ملاحظه می‌شود که شاخص عملکردی J_4 در روش H_∞ از مقدار کوچکتری نسبت به روش QFT برخوردار است که حاکی از آنست که کنترل کننده H_∞ نسبت به کنترل کننده QFT تلاش کنترلی پایینی دارد از سویی مزیت اساسی روش QFT اینست که مرتبه و پیچیدگی کنترل کننده مستقیماً در اختیار طراح می‌باشد و با شکل دهی نقطه به نقطه در هر فرکانس مصالحه‌های لازم را در هر فرکانس انجام می‌دهد. که با مقایسه روابط تحلیلی حاصل برای کنترل کننده‌ها دیده می‌شود که پایین بودن مرتبه کنترل کننده حاصل از QFT مزیت مناسبی جهت پیاده سازی کنترل و کاهش خطاهای سخت افزاری و نرم افزاری می‌باشد در مقابل حجم زیاد محاسبات عددی و کارهای ترسیمی در مرحله شکل دهی حلقه از معایب این روش می‌باشد.



شکل (۱۴): جابجایی تراز بام در حالت کنترل شده و نشده



شکل (۱۴): شتاب تراز بام در حالت کنترل شده و نشده

همچنین جهت مقایسه الگوریتم‌های بکار رفته از شاخص‌های کارایی به شرح ذیل بهره برده شده است.

$$J_1 = \max \{ |y_2(t)| \}, \quad J_2 = \max \{ |\ddot{z}_2(t)| \} \quad (27)$$

$$J_3 = \max \left[\frac{1}{T_{tot}} \int_0^{T_{tot}} \ddot{y}_2^2(t) dt \right]^{1/2}, \quad J_4 = \max \left[\frac{1}{T_{tot}} \int_0^{T_{tot}} u^2(t) dt \right]^{1/2}$$

که a_i, d_i, u_i و T_{tot} به ترتیب شتاب تراز طبقات، جابجایی، نیروی کنترلی و کل زمان شبیه سازی می‌باشد. در جدول (۱) مقادیر شاخص‌های ارائه شده است.

- 2-Reithmeier E , Leitman G.(1998). "Robust control of seismic structures employing active suspension elements." CIMNE, Advances in Structural Control, pp. 87–102.
- 3-Luo N, Rodellar J, delaSen M, Vehi J.(2003). "Interval model based robust control of uncertain flexible structures." Proc., 3th World Conf. on Structural Control, Como, Italy, Vol 2, pp. 89–94.
- 4-Horowitz I.(1959). "Fundamental theory of linear feedback control system," IRE, Transactions on Automatic Control Vol 4, pp. 5–19.
- 5-Horowitz I , Sidi M.(1972)."Synthesis of feedback system with large plant ignorance for prescribed time-domain tolerance." Int. J. Control, Vol 16, pp. 286–309.
- 6-Horowitz I.(1991)."Survey of quantitative feedback theory." Int. Journal of Control Vol 53, pp.255–294.
- 7- Houppis C, Sating R, Rasmussen S, Sheldon S.(1994). "Quantitative feedback theory technique and applications." Int. Journal of Control Vol 59, pp.3970–3984.
- 8- Yaniv O.(1999). "Quantitative feedback design of linear and nonlinear control systems." Kluwer Academic Publishers.
- 9-Levine W S , Reichert R T.(1990)."An Introduction to H_∞ control system design." Proc., 29th IEEE conf. on Decision and Control, pp.2966–2974.
- 10-Li X P, Chang B C, Banda S S , Yeh H H.(1992). "Robust control system design using H_∞ optimization theory."AIAA j. Guidance Control and Dyn., Vol 15, pp.944–952.
- 11- Jabbari F, Schmitendorf WE , Yang JN.(1995). " H_∞ control for seismic-excited buildings with acceleration feedback." ASCE, Journal of Eng. Mech. ,Vol 121, pp.994–1002.
- 12- Kose I E, Schmitendorf W E, Jabbari F , Yang J N.(1996)." H_∞ Active seismic response control using static output feedback.." ASCE, Journal of Eng. Mech., Vol 122, pp.651–659.
- 13- Amini F, Katebi J. (2008). " Application of A Robust QFT Linear Control in Civil Engineering." Proceedings on CD-Rom; 14th World Conference on Earthquake Engineering; Beijing, China;

- Performance bounds باند های عملکرد
- Robust Stability پایداری مقاوم
- Transfer Function تابع تبدیل
- Quantitative Feedback Theory تئوری پس خوراند کمی
- Weighting Functions توابع وزنی
- Templat تمپلت یا الگوی
- Rool-off چرخش
- Gain Margin حاشیه بهره
- Phase Margin حاشیه فاز
- Gain Margin حاشیه بهره
- Open-Loop حلقه باز
- Nominal Open-Loop حلقه بازاسمی
- Closed-Loop حلقه بسته
- Frequency-Domain حوزه فرکانسی
- Tracking ردیابی
- Nominal Plant سیستم نامی یا اسمی
- Invariant Time Linear خطی تغییر ناپذیر با زمان
- Loop Shaping شکل دهی حلقه باز
- Structured Uncertainty عدم یقین ساختاری
- Parametric Uncertainty عدم یقین پارامتریک
- Generalized Plant فرآیند تعمیم یافته
- High-Frequency Bound کران فرکانس های بالا
- Robust Control کنترل مقاوم
- Mixed Sensitivity Problem مساله حساسیت مخلوط
- Multiplicative Uncertainty نامعینی ضربی
- Infinity Norm نرم بینهایت
- Nichols Chart نمودار نیکولز
- Reference Input ورودی مرجع

مراجع

- 1-Housner G W, Chassiakos A G, Skelton R E, Spencer B.(1997). "Structural control: past present and future", ASCE, Journal of Engineering Mechanics, Vol 123, No.9, pp. 897–923.



