



http://journaliss.ir

## ارزیابی تحلیلی پاسخ اتصالات تیر اشکل به ستون لوله‌ای عرشه سکوه‌های دریایی

سید احمد حسینی<sup>۱\*</sup>، مصطفی زین‌الدینی<sup>۲</sup>، ترانه امین طاهری<sup>۳</sup>

۱- استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی پدافند غیرعامل، ایران

۲- استاد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی عمران، ایران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی پدافند غیرعامل، ایران

\*تهران، صندوق پستی ۱۷۷۴۱۵۸۷۵، hoseini@mut.ac.ir

### چکیده

اتصالات تیر اشکل به ستون لوله‌ای با دیافراگم خارجی در عرشه سکوه‌های نفت و گاز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این اتصالات بارهای برشی توسط ورق جان و لنگرها توسط عملکرد مشترک ورق‌های شبه‌لوزی (دیافراگم خارجی) و یک پهنای مؤثر حلقه‌ای از خزانه لوله‌ای ستون انتقال می‌یابند. در این مقاله یک روش حل بسته تحلیلی برای پیش‌بینی منحنی‌های لنگر-دوران و سختی-دوران اتصالات تیر اشکل به ستون لوله‌ای ارائه شده است. لنگر تسلیم و لنگر خمیری مورد نیاز در این مدل از توسعه روابط Roark به دست آمده است. نتایج حاصل از این مدل تحلیلی با مدل اجزای محدود کوپل مکانیکی-حرارتی غیرخطی که قبلاً توسط مؤلف ارائه شده، مقایسه شده است که این مدل اجزای محدود به نوبه خود با استفاده از آزمایش‌های مقیاس کوچک و بزرگ اعتبارسنجی گردیده است. تطابق قابل قبولی بین نتایج این مدل تحلیلی و مدل آزمایشگاهی/عددی نیز وجود دارد.

### واژگان کلیدی

اتصال تیر اشکل به ستون لوله‌ای، عرشه سکوه‌های نفتی، منحنی لنگر-دوران، مدل تحلیلی، روابط Roark

## Analytical Assessment of I-shaped Beam to Cylindrical Column Connections Response in Offshore Platforms

S.A. Hoseini, M. Zeinoddini, T. Amintaheri

### Abstract

Off-shore platforms constructed for oil and gas production are prone to high potential fire risks. These probable fire incidents may cause local or global structural damages, which in turn can result in serious consequences such as casualties, destruction of the facilities, and damage to the environment. It is therefore necessary to design these structures so as to ensure the least amount of loss after a possible fire event. In this paper a closed form analytical solution for the prediction of moment-rotation and the rotational stiffness-rotation curves of I-shaped beam to cylindrical column connections, commonly used in off-shore platforms, in room and elevated temperatures is presented. The required yield and plastic moments in this model are provided as an extension to Roark's relationships. The results of this model are compared with those of a non-linear coupled mechanical-thermal finite element model previously provided by the authors, which was in turn validated using small-scale and large-scale experimental tests. Reasonable agreement has been found between the analytical model results and the experimental/numerical modeling results.

### Keywords

I-Shaped Beam to Cylindrical Column, Off-Shore Platforms, High Temperatures, Analytical Model, Roark's Relationships



## ۱-۱- بررسی رفتار تحلیلی اتصالات

اتصال، توزیع نیروی قابل توجه بین اجزا و پیشنهاد یک روش طراحی برای ارزیابی مقاومت خمشی و سختی که بر مبنای آزمایش‌های انجام شده بهینه‌سازی شده‌اند، می‌باشد. همچنین آن‌ها دریافته‌اند که این اتصالات می‌توانند در شرایط بارگذاری زلزله عملکرد بهتری داشته باشند [۵]. گو<sup>۴</sup> و همکاران در سال ۲۰۲۴ تحقیقی را درباره رفتار چرخه ای اتصالات تیر به ستون با مقطع مستطیلی توخالی (RHS) تحت لنگر خمشی چرخه ای انجام دادند. در این مطالعه، آزمایش‌ها و تحلیل‌های عددی بر روی اتصالات تیر به ستون با طراحی‌های تقویت شده و بدون تقویت انجام شد. نتایج نشان داد که اتصالات تقویت شده دارای افزایش ۳۰ درصدی در بار حداکثر و ۱۸ درصدی در ضریب انرژی اتلافی حداکثر نسبت به اتصالات بدون تقویت بودند. همچنین، مدل ریاضی برای رفتار چرخه‌ای این اتصالات توسعه داده شد که می‌تواند در طراحی‌های مهندسی کاربرد عملی داشته باشد [۶]. پیشینی<sup>۵</sup> و همکاران در سال ۲۰۲۱ تحقیقی را در مورد رفتار (CHS) در سازه‌های کامپوزیت فولادی-بتنی تحت بارهای عمودی انجام دادند. این تحقیق به بررسی اتصالاتی پرداخت که با استفاده از تکنولوژی برش لیزری ساخته شده‌اند و تیرها از طریق شکاف‌های ایجاد شده در ستون‌ها عبور می‌کنند. نتایج نشان داد که این روش، نیاز به جوشکاری را کاهش می‌دهد و رفتار مکانیکی اتصالات را تحت بارهای عمودی بهبود می‌بخشد [۷]. آجواد<sup>۶</sup> و همکاران به بررسی (CHS) و تیرهای دوگانه جوش خورده پرداختند و یک مدل مؤلفه‌ای جدید برای پیش‌بینی سختی و استحکام این اتصالات ارائه کردند. همچنین، آن‌ها مدل‌های عددی را با داده‌های تجربی اعتبارسنجی نموده و فرمول‌های جدیدی برای پیش‌بینی رفتار این اتصالات معرفی کردند و به این نتیجه رسیدند که اتصالات می‌توانند رفتار نیمه‌سختی داشته باشند [۸].

## ۱-۳- بیان مسئله و اهداف تحقیق حاضر

همان‌طور که از تاریخچه مطالعات مشاهده شده تاکنون به رفتار تحلیلی اتصالات تیر اشکل به ستون لوله‌ای (با استفاده از دیافراگم)، که در عرشه سکوها دریاپی استفاده می‌شود (شکل (۱))، پرداخته نشده است؛ لذا در این تحقیق، رفتار تحلیلی این اتصالات مورد بررسی قرار می‌گیرد و در ادامه یک روش حل بسته تحلیلی برای پیش‌بینی منحنی‌های لنگر-دوران ارائه می‌شود.

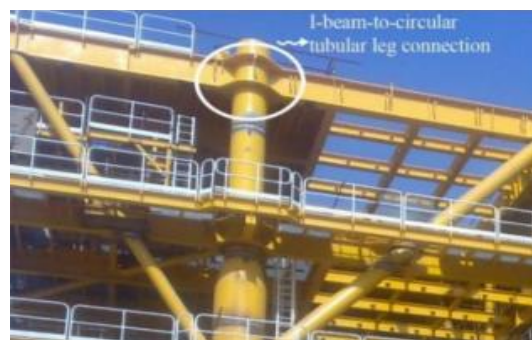
در تحلیل و طراحی مرسوم سازه‌های فولادی، معمولاً فرض می‌شود که اتصالات تیر-ستون کاملاً صلب یا کاملاً مفصلی هستند. فرض صلب بیان می‌کند که سختی اتصال نسبت به سختی تیر و ستون خیلی زیاد است؛ درحالی‌که فرض مفصلی اتصال، بیانگر سختی کم اتصال نسبت به سختی اعضای متصل به آن می‌باشد. در برخی از سازه‌ها، سختی جانبی به وسیله دیگر سیستم‌های سازه‌ای مانند هسته و دیوار برشی فراهم می‌شود. در این موارد، اتصالات تیر-ستون مفصلی فرض شده و تیر و ستون‌ها فقط بارهای ثقلی را تحمل می‌نمایند. در نوع دیگری از سازه‌ها، سختی جانبی توسط عملکرد خمشی قاب‌ها تأمین می‌شود. در تحلیل قاب خمشی، عموماً اتصالات بین اعضا را صلب فرض می‌کنند. آزمایش‌های پوپوف<sup>۱</sup> و استفان<sup>۲</sup>، نادر و آستانه با تمرکز بر روی رفتار اتصالات نشان دادند که اتصالات، رفتار غیرخطی مابین صلبیت کامل و مفصلی کامل دارند [۱ و ۲]؛ بنابراین اتصالات در واقعیت دارای رفتاری نیمه‌صلب هستند. اخیراً تأثیر اتصالات نیمه‌صلب بر روی پاسخ واقعی سازه‌ای مورد توجه قرار گرفته است؛ تدابیری برای تحلیل سازه‌ها با اتصالات نیمه‌صلب در چندین آیین‌نامه طراحی سازه‌های فولادی ارائه شده است. در آیین‌نامه AISC 360-22، به‌طور خاص به اتصالات نیمه‌صلب پرداخته و روش‌های تحلیل و طراحی آن‌ها را ارائه می‌دهد. در این ویرایش، بخش‌هایی به رفتار غیرخطی اتصالات و تأثیر آن‌ها بر عملکرد سازه‌ها می‌پردازد [۳] و همچنین در ویرایش سال ۲۰۱۵ استاندارد Eurocode 3 (یکی از استانداردهای مهم در طراحی سازه‌های فولادی در اروپا)، به بررسی اتصالات نیمه‌صلب و تأثیر آن‌ها بر رفتار سازه‌ها پرداخته شده است. این آیین‌نامه به تحلیل‌های غیرخطی و مدل‌سازی اتصالات نیز اشاره دارد [۴].

## ۱-۲- بررسی رفتار اتصالات تیر اشکل بر ستون توخالی

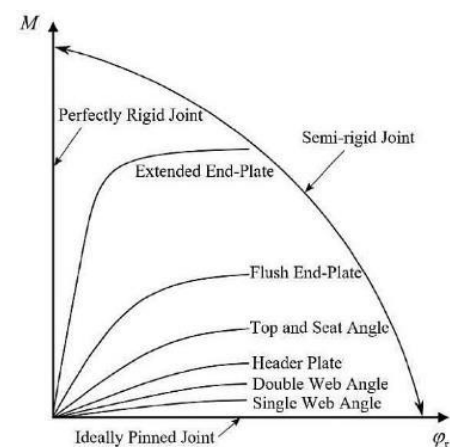
علاوه بر آیین‌نامه‌های مذکور، تحقیقات مختلفی نیز در مورد پاسخ انواع اتصالات (به‌ویژه اتصال تیر اشکل بر ستون توخالی) و تأثیر آن بر رفتار سازه انجام شده است. به‌عنوان مثال کوچاکس<sup>۳</sup> و همکاران، به بررسی اتصالات تیر اشکل و رفتار تجربی آن به ستون‌های توخالی گرد (CHS) با استفاده از صفحات تقویتی داخل ستون پرداختند. نتایج اصلی شامل تأثیر جوشکاری بر مقاومت

<sup>4</sup> Guo  
<sup>5</sup> Piscini  
<sup>6</sup> Ajwad

<sup>1</sup> Popov  
<sup>2</sup> Stephen  
<sup>3</sup> Couchaux



شکل ۱- نمایی از اتصال تیرهای I به ستون لوله‌ای در سکوی فراساحلی نفت و گاز



شکل ۲- منحنی‌های لنگر- دوران اتصالات معمول [۱۰]

## ۲- مبانی علمی تحقیق

### ۲-۱- رفتار اتصال

در ساخت سازه‌های فولادی، اتصالات تیر به ستون به‌طور گسترده‌ای استفاده می‌شوند. در واقعیت فرض صلبیت کامل یا مفصلی کامل اتصالات تیر-ستون که بسیار متداول است، چندان واقعی نمی‌باشد. آزمایش‌های زیادی نشان داده‌اند که اتصالات واقعی، رفتار غیرخطی دارند که از تسلیم تدریجی ورق‌ها و نبشی‌های اتصال و پیچ‌ها ناشی می‌شوند. مشخصه‌های رفتاری اتصالات پیچیده است و عدم قطعیت‌های زیادی در رفتار اتصال حاکم می‌باشد که تأثیرات غیرخطی بودن قاب، مسئله را سخت‌تر می‌نماید. از جمله موارد دخیل، نقص هندسی، تنش پسماند ناشی از جوشکاری، تمرکز تنش و تأثیرات ثانویه ناشی از تغییرشکل چشمه اتصال می‌باشد. برای اغلب اتصالات، تغییرشکل‌های محوری و برشی در مقایسه با تغییرشکل‌های خمشی، ناچیز است و برای سادگی، معمولاً فقط رفتار دورانی اتصالات ناشی از عملکرد خمشی در نظر گرفته می‌شود [۹].

رفتار غیرخطی یک اتصال، عموماً با کمک منحنی لنگر-دوران  $(M - \varphi_c)$  حاصل از نتایج آزمایش بیان می‌شود. منحنی‌های  $(M - \varphi)$  چندین اتصال معمول در شکل (۲) نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل می‌توان مشاهده کرد، دو حد نهایی، مفصلی کامل (خط افقی) و صلبیت کامل (خط عمودی) می‌باشد.

برای آن که بتوان منحنی‌های  $(M - \varphi)$  را در برنامه کامپیوتری تحلیل قاب لحاظ نمود، رابطه لنگر-دوران توسط توابع ریاضی بیان می‌شود.

### ۲-۲- طبقه‌بندی مدل‌های اتصال

در واقع، رفتار اتصال به‌صورت مجموعه‌ای از روابط لنگر-دوران ساده‌سازی می‌شود. به‌طور ریاضی، این روابط در فرم عمومی ارائه شده در رابطه‌های (۱) و (۲) هستند.

$$M = f(\varphi) \quad (1)$$

$$\varphi_c = g(M) \quad (2)$$

که  $f$  و  $g$  توابع ریاضی،  $M$  لنگر خمشی در اتصال و  $\varphi$  دوران اتصال می‌باشد. اساساً، طبقه‌بندی روابط لنگر-دوران اتصالات به سه نوع اصلی مدل‌های تحلیلی، ریاضی و ترکیبی تقسیم می‌شوند. در مدل‌های تحلیلی، روابط  $(M - \varphi_c)$  بر اساس خصوصیات فیزیکی اتصال استخراج می‌گردند. در مدل‌های ریاضی، از یک تابع ریاضی که پارامترهای آن با نتایج آزمایش به‌دست آمده‌اند، استفاده می‌شود. در نهایت، در مدل‌های ترکیبی نتایج مدل‌های تحلیلی ریاضی با هم ترکیب می‌شوند.

### ۲-۳- انواع مدل‌های اتصال

چندین مدل ترکیبی و ریاضی برای ارائه منحنی‌های  $(M - \varphi_c)$  اتصالات وجود دارد؛ از جمله، مدل‌های خطی، دوخطی، سه‌خطی، چندجمله‌ای، مدل خط کران‌دار<sup>۱</sup> و مدل توانی. کاربرد مدل‌های خطی و دوخطی ساده‌تر است اما خطای آن‌ها بالا بوده و در نقاط تغییر شیب این منحنی‌ها تغییرات شدیدی در سختی اتصال ظاهر می‌شود. مدل چندجمله‌ای قادر به ارائه یک تقریب خوب می‌باشد، اما در بعضی نقاط سختی منفی برای اتصال ارائه می‌دهد.

<sup>۱</sup> Bounding Line

## ۲-۳-۱- مدل خطی

$$\varphi_c = aM^b \quad (7)$$

و سختی اتصال:

$$S_c = \frac{dM}{d\varphi} = \frac{1}{abM^{b-1}} \quad (8)$$

که (a) و (b) دو پارامتر همسان‌سازی منحنی‌ها در شرایط  $a > 0$  و  $b > 1$  هستند.

به‌کاربردن مدل توانی برای تبیین منحنی‌های  $(M - \varphi_c)$  غیرخطی اتصالات از مزایایی برخوردار است؛ ۱- این مدل‌ها همیشه دارای مشتق مثبت هستند (یعنی مقدار سختی اتصال همواره مثبت است) که این ویژگی مخصوصاً برای جلوگیری از وقوع سختی منفی در اتصال اهمیت دارد؛ این مدل، یک منحنی هموار بدون تغییر ناگهانی در شیب می‌باشد. ۲- آن‌ها نیاز به تعداد پارامترهای اندکی در بیان منحنی  $(M - \varphi_c)$  و محاسبه سختی اتصال دارد. ۳- این مدل‌ها یک تطبیق خوب با منحنی‌های  $(M - \varphi_c)$  داده‌های آزمایشگاهی دارند.

## ۲-۳-۵- مدل خط کران‌دار

البرمانی<sup>۳</sup> و همکاران، زو<sup>۴</sup> و همکاران یک مدل خط کران‌دار پیشنهاد کرده‌اند که نیاز به چهار پارامتر برای تعیین روابط  $(M - \varphi_c)$  دارد (همان‌طور که در شکل (۳-ج) نشان داده شده است) [۱۵ و ۱۶]. بر مبنای این مدل، منحنی لنگر-دوران به سه بخش تقسیم می‌شود؛ بخش اول و سوم، به ترتیب بخش خطی-ارتجاعی و بخش خطی-خمیری منحنی  $(M - \varphi_c)$  می‌باشند. بین این دو بخش، یک منحنی انتقالی هموار برآزش داده می‌شود. از آنجایی که منحنی کامل  $(M - \varphi_c)$  توسط سه بخش متصل می‌شود، لنگر نمی‌تواند به صورت یک تابع منفرد از دوران اتصال نوشته شود. فرم این مدل به شکل زیر است:

$$M = \Sigma M \quad (9)$$

$$M = k_j \varphi \quad (10)$$

که سختی مماسی اتصال ( $k_j$ ) در بخش‌های مختلف به شکل زیر فرض می‌شود:

$$k_i = \begin{cases} k_o & \text{when } M < m_1 \\ k_o + \frac{M - m_1}{M_c - M_y} (k_p - k_o) & \text{when } m_1 \leq M \leq m_2 \\ k_p & \text{when } M > m_2 \end{cases} \quad (11)$$

که

$$m_1 = M_y + k_p \cdot \varphi_c \quad (12)$$

$$m_2 = M_c + k_p \cdot \varphi_c \quad (13)$$

این ساده‌ترین مدل اتصال می‌باشد و تنها نیاز به یک پارامتر برای تعریف سختی اتصال دارد. تابع  $(M - \varphi_c)$  به شکل زیر بیان می‌شود.

$$M = S_c^0 \varphi \quad (3)$$

در این رابطه،  $(S_c^0)$  مقدار ثابت سختی اولیه اتصال است. مقادیر  $(S_c^0)$  اغلب از آزمایش به دست می‌آید. یک تابع ساده از  $(S_c^0)$  می‌تواند به صورت عبارتی از سختی تیر بیان شود. لایت‌فوت<sup>۱</sup> و لِمِسوریر<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۴ سختی اتصال را به صورت رابطه (۴) فرض کردند.

$$S_c^0 = \lambda \frac{4EI}{L} \quad (4)$$

که (EI) و (L) به ترتیب صلیبیت خمشی و طول تیر هستند؛ و  $(\lambda)$  ضریب صلیبیت اتصال می‌باشد که میزان انعطاف‌پذیری اتصال را نشان می‌دهد [۱۱].

## ۲-۳-۲- مدل چندخطی

در مدل خطی، فرض خطی فقط در محدوده بارگذاری کوچک مناسب است. اما در تحلیل تغییرشکل‌های بزرگ، کاهش سختی اتصالات باید مدنظر قرار گیرد. مدل دوخطی و چندخطی برای افزایش دقت تحلیل پیشنهاد می‌شود (شکل (۴-الف)).

## ۲-۳-۳- مدل چندجمله‌ای

برای تعیین یک منحنی  $(M - \varphi_c)$  هموارتر، فری و موریس یک تابع چند جمله‌ای با توان فرد را پیشنهاد دادند. شکل کلی این تابع به شکل زیر می‌باشد [۱۲].

$$\varphi = C_1(KM)^1 + C_2(KM)^3 + C_3(KM)^5 \quad (5)$$

که (K) پارامتر استانداردسازی است و تابعی از پارامترهای هندسی مهم مانند ابعاد هندسی اعضای متصل شده، ضخامت ورق و ... می‌باشد؛  $(C_1)$ ،  $(C_2)$  و  $(C_3)$  ثابت‌های همسان‌سازی منحنی‌ها هستند. شیب منحنی  $(S_c)$  که سختی مماسی اتصال می‌باشد، توسط رابطه (۶) بیان می‌شود.

$$S_c = \frac{dM}{d\varphi} = \frac{1}{C_1(K) + 3C_2K(KM)^2 + 5C_3K(KM)^4} \quad (6)$$

## ۲-۳-۴- مدل توانی

چندین مدل توانی برای انواع مختلف اتصالات ارائه شده است. معمولاً دو یا سه پارامتر در توابع مختلف مورد نیاز است. مدل توانی دو پارامتری [۱۳ و ۱۴] دارای شکل ساده زیر است:

<sup>3</sup> Al-Bermani

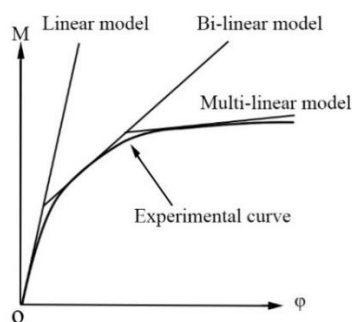
<sup>4</sup> Zhu

<sup>1</sup> Lightfoot

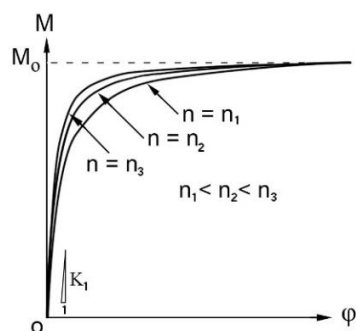
<sup>2</sup> LeMessurier



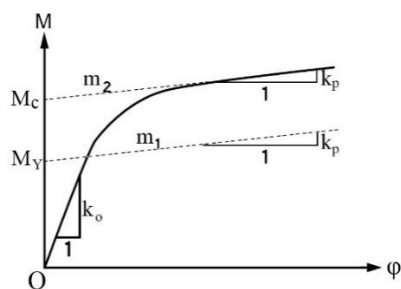
در این روابط  $(k_o)$  سختی اولیه،  $(k_p)$  سختی کران‌دار،  $(M_y)$  لنگر تسلیم و  $(M_c)$  لنگر کران‌دار می‌باشد.



الف) مدل‌های خطی



ب) مدل توانی



ج) مدل خط کران‌دار

شکل ۳- انواع مختلف مدل‌های اتصال [۱۲]

۲- نیروهای داخلی در سطوح مختلف اتصال، با استفاده از روابط Roark محاسبه شده است [۱۷].

۳- همان‌طور که در ادامه به تفصیل گفته خواهد شد، به‌علت تشابه منحنی‌های عددی  $(M - \varphi_c)$  اتصال تیر-اشکل به ستون لوله‌ای عرشه سکوهاى نفتی به مدل خط کران‌دار، از این مدل برای پیش‌بینی منحنی‌های  $(M - \varphi_c)$  و  $(k_j - \varphi)$  اتصالات استفاده شده است.

۴- با توجه به بخش قبل، برای استفاده از مدل خط کران‌دار لازم است که لنگر تسلیم  $(M_y)$ ، لنگر خمیری  $(M_{pl})$ ، دوران متناظر با لنگر تسلیم  $(\varphi_y)$  و دوران متناظر با لنگر خمیری  $(\varphi_{pl})$  باشد. با استفاده از تنش در سطح مقطع مؤثر، لنگر تسلیم و لنگر خمیری توسط مؤلف محاسبه شده است.  $(\varphi_y)$  و  $(\varphi_{pl})$  نیز، با توجه به منحنی‌های  $(M - \varphi_c)$  و محاسبات عددی،  $4/8$  و  $35$  میلی‌رادیان پیشنهاد شده است. با مشخص شدن این چهار پارامتر، منحنی‌های  $(M - \varphi_c)$  و  $(k_j - \varphi)$  این اتصالات، با استفاده از مدل خط کران‌دار توسط مؤلف ارائه شده است.

همان‌طور که در بخش (۲-۳) بیان شد مدل‌های مختلفی برای اتصالات ارائه شده است و هر کدام از مدل‌ها، برای انواع مختلفی از اتصالات قابل استفاده هستند؛ از بین انواع مدل‌های ارائه شده، آن مدلی که نزدیک‌ترین سازگاری را با منحنی لنگر-دوران اتصال مذکور دارد، انتخاب می‌شود. با توجه به شکل ۱۰ (نمودار لنگر-دوران اتصال تیر-اشکل به ستون لوله‌ای) مشخص است بیش‌ترین سازگاری این نمودارها، با مدل خط کران‌دار می‌باشد؛ لذا از این مدل، جهت مدل‌سازی اتصال مذکور استفاده می‌شود.

در شکل (۴)، نمایی از یک اتصال تپ تیر-اشکل به ستون لوله‌ای نشان داده شده است. مقطع مؤثر در پاسخ اتصال به لنگر خمشی، در این شکل و به‌طور واضح‌تر در شکل (۴) نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل (۵) مشخص است، قسمتی از دیواره ستون و قسمتی از ورق دیافراگم خارجی به‌عنوان هندسه مؤثر در برابر لنگر خمشی عمل می‌کنند. در ادامه، محاسبات مربوط به تعیین مشخصات هندسی مقطع از قبیل مساحت، ممان اینرسی و اساس مقطع بر اساس روابط رایج طراحی بیان می‌شود.

### ۳- پیش‌بینی منحنی‌های لنگر-دوران اتصال تیر-اشکل به ستون لوله‌ای

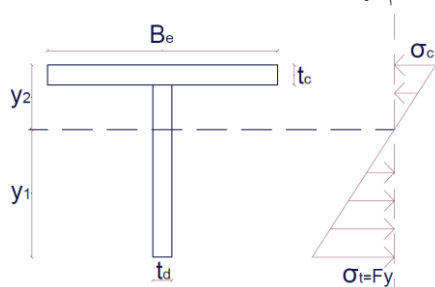
در این بخش، به تحلیل محاسباتی پاسخ اتصالات تیر-اشکل به ستون لوله‌ای عرشه سکوهاى نفتی در برابر لنگر خمشی پرداخته می‌شود و مناسب‌ترین مدل برای پیش‌بینی منحنی  $(M - \varphi_c)$  این اتصالات به همراه روابط محاسباتی استخراج می‌شود. روند کار به‌طور خلاصه به‌ترتیب زیر می‌باشد:

۱- محاسبه سطح مؤثر و تنش ناشی از خمش در اتصال از روابط رایج طراحی اتصال تیر-اشکل به ستون لوله‌ای اقتباس شده است.

با توجه به این که، هدف از این مطالعه، محاسبه منحنی  $(M - \varphi_c)$  اتصال می‌باشد، بنابراین لازم است ابتدا میزان لنگر تسلیم و لنگر خمیری اتصال محاسبه شود.

#### ۴- تعیین لنگر تسلیم مقطع

برای محاسبه لنگر تسلیم  $(M_y)$ ، باید میزان تنش فون میسس در مقطع، مطابق شکل (۶) به تنش تسلیم برسد. برای نیل به این هدف، آنقدر میزان  $(W)$  افزایش داده می‌شود تا تنش فون میسس به تنش تسلیم برسد:



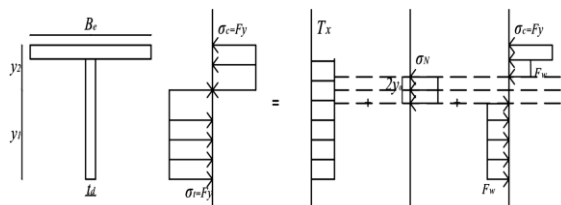
شکل ۶- توزیع تنش محوری ناشی از لنگر تسلیم خمشی و تسلیم دورترین تار

$$\sigma_{von(max)} = F_y \rightarrow w_y \cdot \alpha = F_y \quad (14)$$

$$\begin{cases} w_y = \frac{F_y}{\alpha} \\ w_y = \frac{M_y}{S_{x,beam}} \times t_f \end{cases} \rightarrow M_y = \frac{F_y \cdot S_{x,beam}}{\alpha \cdot t_f} \quad (15)$$

#### ۴-۱- تعیین لنگر خمیری مقطع

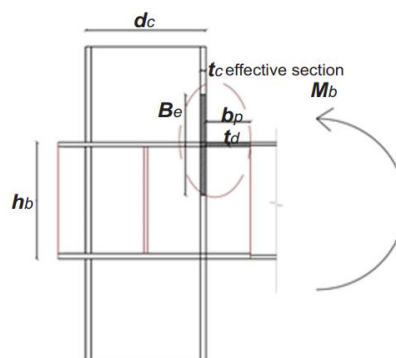
به علت وجود برش و نیروی محوری، بخشی از ظرفیت خمشی مقطع توسط برش و نیروی محوری خنثی می‌شود. پس لنگر خمشی خالص کاهش می‌یابد. در شکل (۷)، میزان مشارکت نیروی برشی، نیروی محوری و لنگر خمشی در به تسلیم رساندن کل مقطع نشان داده شده است.



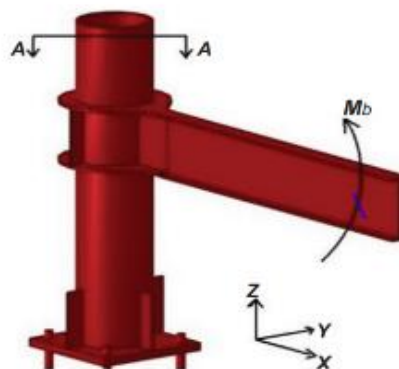
شکل ۷- نحوه مشارکت انواع بارهای وارد بر مقطع در به تسلیم رساندن کل مقطع

$$\tau_x = w[(-0.707)(FA' + FD') - 1.67FD'] \quad (16)$$

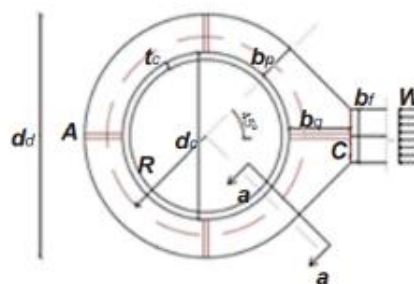
$$F_w = \sqrt{F_y^2 - 3\tau_x^2} \quad (17)$$



الف) نمای پلان X-Z اتصال

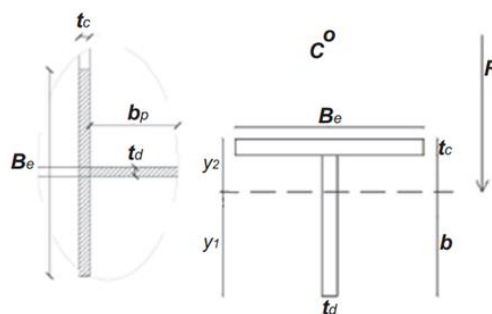


ب) نمای سه بعدی اتصال



ج) نمای پلان X-Y اتصال (مقطع A-A)

شکل ۴- نمایی از اتصالات تیپ تیر اشکل به ستون لوله



شکل ۵- مقطع مؤثر اتصال در برابر لنگر خمشی وارد بر آن

برابر  $E \cdot \frac{e}{k_o}$  می‌باشد که از تناسب قراردادن با سختی قسمت خطی-ارتجاعی به دست می‌آید. میزان دوران مربوط به لنگر تسلیم  $(\varphi_y)$  و میزان دوران مربوط به لنگر خمیری  $(\varphi_{pl})$ ، با استفاده از منحنی‌های عددی به ترتیب برابر  $\frac{1}{8}$  و  $35$  میلی‌رادیان پیشنهاد می‌شود. جهت مشخص نمودن دوران متناظر با تنش تسلیم و تنش نهایی، مراجع مختلف مورد بررسی قرار گرفت. برای اتصال مورد مطالعه در این تحقیق و اتصالات مشابه، مقدار مشخصی برای تنش تسلیم و نهایی ارائه نشده است؛ لذا جهت رفع این خلأ، نمودارهای لنگر-دوران انواع اتصالات تیر I شکل به ستون لوله‌ای (شکل ۸)) مورد بررسی دقیق قرار گرفت و با مقایسه این نمودارها با نمودار خط کران‌دار، مشخص شد که در غالب این اتصالات، دوران متناظر با تنش تسلیم و تنش نهایی، نزدیک به  $8$  و  $35$  میلی‌رادیان می‌باشد؛ لذا برای ادامه روند تحقیق با دقت قابل قبولی، این مقادیر انتخاب شدند. در روابط فوق،  $(E)$  مدول ارتجاعی و  $(e)$  سختی شدگی کرنشی فولاد است. در خصوص اطلاعات مندرج در جدول (۱)، لازم به ذکر است که ابعاد اتصالات ارائه شده، حاصل طراحی مقاطع با مقیاس کامل (full-scale) با فرض شرایط بهره‌برداری واقعی در سکوها دریا می‌باشند. مشخصات مقاطع ستون لوله‌ای و تیرهای I شکل با توجه به ابعاد متعارف در سازه‌های فراساحلی، ظرفیت باربری مطلوب، و تطابق با آیین‌نامه‌های طراحی مانند AISC و API RP 2A-WSD به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که رفتار غیرخطی دورانی اتصال را به صورت واقع‌گرایانه شبیه‌سازی نمایند. بنابراین، این مشخصات به صورت فرضی انتخاب نشده‌اند، بلکه مبتنی بر اصول طراحی اولیه برای شبیه‌سازی تحلیلی رفتار اتصالات واقعی هستند. البته لازم به ذکر است که تمامی این مدل‌ها مبتنی بر طراحی تحلیلی، محقق هستند و از یک مرجع خاص یا داده تجربی مشخص استخراج نشده‌اند، ولی از الگوهای معمول طراحی سازه‌های دریایی و تحقیقات پیشین در این حوزه الهام گرفته‌اند.

جدول ۱- انواع اتصالات با مقیاس کامل تیر I شکل به ستون لوله‌ای

Model number	Column Section PIPE (mm)	Beam Section (mm)						External Diaphragm (mm)		
		d <sub>c</sub>	t <sub>c</sub>	h <sub>b</sub>	b <sub>f</sub>	t <sub>f</sub>	t <sub>w</sub>		t <sub>d</sub>	b <sub>p</sub>
NS1	1100	65	1000	300	35	20	50	250		
NS2	1100	65	800	300	30	15	40	250		
NS3	1100	50	1000	300	35	20	50	250		
NS4	1100	50	800	300	30	15	40	250		
NS5	1100	65	1000	300	35	20	40	250		
NS6	1100	65	800	300	30	15	30	250		
NS7	1100	50	1000	300	35	15	50	250		
NS8	1100	50	800	300	30	10	40	250		

$$\sigma_N = F_w = \frac{N_x}{A_o} = w \cdot \frac{-0.834BC' + 0.707FD'}{t_d \cdot 2 \cdot y_0} \quad (18)$$

$$\rightarrow y_0 = w \cdot \frac{-0.834BC' + 0.707FD'}{2t_d \cdot F_w} \quad (19)$$

در روابط بالا،  $(\tau_x)$  میزان تنش ناشی از بار برشی،  $(y_0)$  و  $(F_w)$  به ترتیب سطح مؤثر اعمال بار محوری و میزان تنش معادل بار محوری در سطح مؤثر اعمالی برای رساندن تنش فون میسس به تنش تسلیم می‌باشد.

$$M_{x1} = M_{pl} = F_y \cdot B_e \cdot t_c \cdot (y_2 - 0.5t_c) + F_w \cdot 0.5t_d \cdot [(y_2 - t_c - y_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] \quad (20)$$

$$M_{x2} = w \cdot \left| \frac{(BE' + BA'R - BC') + (-0.707) \cdot (-BA'R + BC') + 0.834BC'}{(-0.707) \cdot (-BA'R + BC') + 0.834BC'} \right| \quad (21)$$

برای این که میزان بار اعمالی برای رساندن لنگر به لنگر تسلیم، به دست آید لازم است که میزان لنگر لازم برای رسیدن تمام عضو به تنش تسلیم،  $M_{x1} = M_{pl}$ ، با لنگر اعمالی بر سطح مقطع مؤثر عضو در زاویه بحرانی  $135^\circ$  درجه  $(M_{x2})$ ، مساوی قرار داده شود تا  $w = w_{pl}$  به دست آید:

$$M_{x1} = M_{x2} \quad (22)$$

$$\rightarrow F_y \cdot B_e \cdot t_c \cdot (y_2 - 0.5t_c) + F_w \cdot 0.5t_d \cdot [(y_2 - t_c - y_0)^2 + (y_1 - y_0)^2] = w \cdot \left| \frac{(BE' + BA'R - BC') + (-0.707) \cdot (-BA'R + BC') + 0.834BC'}{(-0.707) \cdot (-BA'R + BC') + 0.834BC'} \right| \rightarrow w = w_{pl} \quad (23)$$

با سعی و خطا، آن قدر  $(w)$  تغییر داده می‌شود تا  $M_{x1} = M_{x2}$  شود. پس مشاهده شد که با استفاده از خصوصیات مقطع، میزان لنگر تسلیم و لنگر خمیری برای اتصالات تیر I شکل به ستون لوله‌ای قابل محاسبه است.

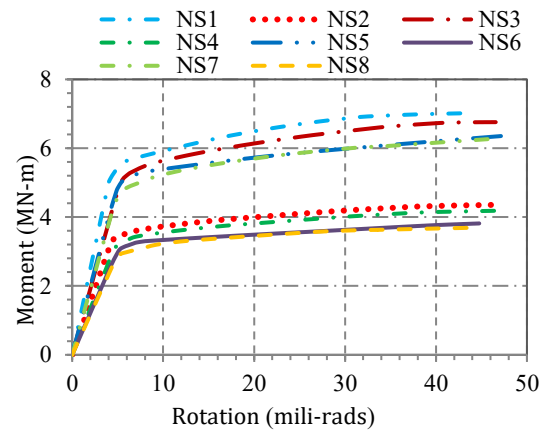
#### ۴-۲- ارائه مدل تحلیلی برای محاسبه منحنی‌های $M - \varphi$

##### $\varphi - k_r$ اتصالات تیر I شکل به ستون لوله‌ای

در جدول (۱) انواع اتصالات تیر I شکل به ستون لوله‌ای عرشه سکوها نفتی نشان داده شده است. در شکل (۸)، منحنی  $(M - \varphi_c)$  این اتصالات ارائه شده است. با توجه به منحنی‌های  $(M - \varphi_c)$ ، مدل خط کران‌دار برای پیش بینی نمودار ممان-دوران اتصالات تیر I شکل به ستون لوله‌ای عرشه سکوها نفتی پیشنهاد می‌شود. در مدل خط کران‌دار، همان‌طور که در بخش‌های قبل اشاره شد، منحنی سختی شامل سه بخش، خطی-ارتجاعی، خطی-خمیری و یک بخش واسط می‌باشد. در مدل خط کران‌دار پیشنهادی برای اتصال تیر I شکل به ستون لوله‌ای، سختی منحنی در قسمت ارتجاعی و خمیری-خطی، به ترتیب متناسب با مدول ارتجاعی و سخت‌شدگی کرنشی است. سختی در قسمت خطی-ارتجاعی  $(k_o)$ ، برابر  $\frac{M_y}{\varphi_y}$  و در قسمت خطی خمیری  $(k_p)$ ،

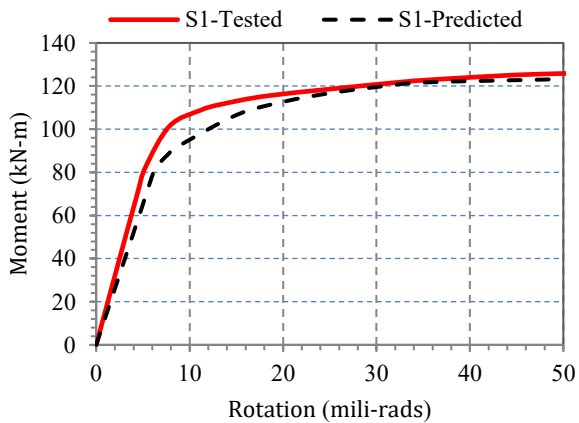
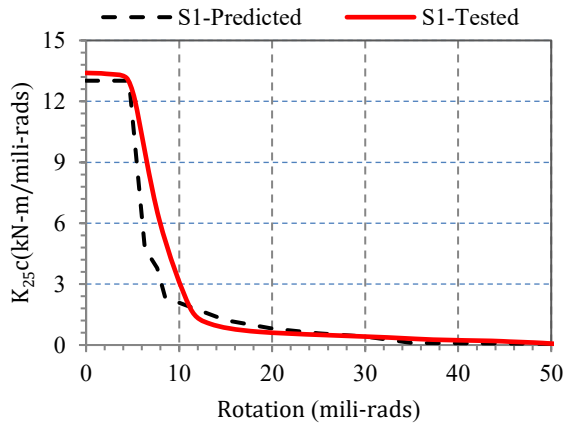


شکل ۱۰- نمایی از پاسخ یکی از اتصالات تیر اشکل به ستون لوله‌ای در برابر آتش‌سوزی [۱۸]

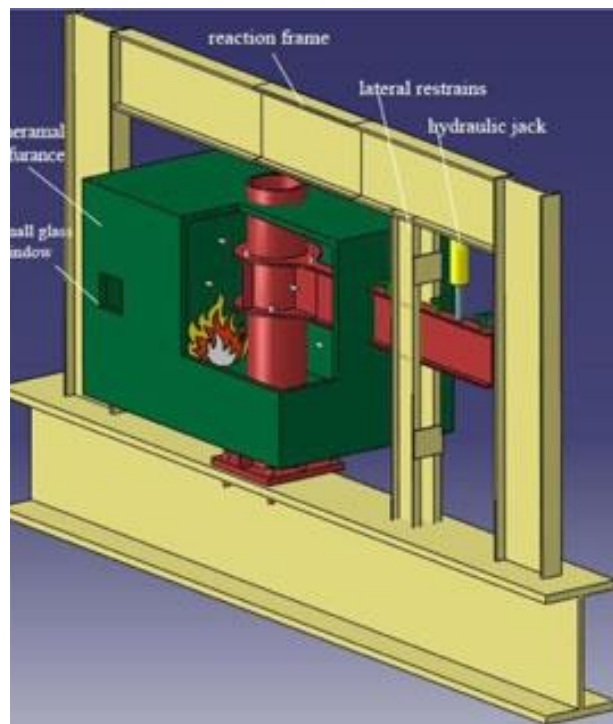


شکل ۸- منحنی لنگر-دوران اتصالات تیر اشکل به ستون لوله‌ای

برای این که میزان صحت این روابط مشخص شود، نتایج این مدل تحلیلی با نتایج آزمایشی که قبلاً توسط مؤلفین این مقاله منتشر شده، مقایسه شده است [۱۸]. در این آزمایش، یکی از اتصالات مقیاس کوچک تیر اشکل به ستون لوله‌ای در برابر لنگر خمشی آزمایش شده است. در شکل‌های (۹) و (۱۰)، به ترتیب نمایی از چیدمان آزمایش و خرابی یکی از این اتصالات در آزمایش آتش ارائه شده است [۱۸]. در شکل (۱۱)، مقایسه بین منحنی  $(M - \phi_c)$  و  $(k_j - \phi)$  آزمایش با منحنی‌های مدل تحلیلی پیشنهادی، ارائه شده است.



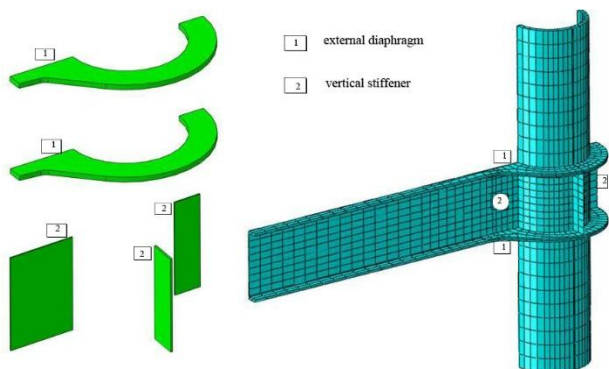
شکل ۱۱- منحنی سختی-دوران و لنگر-دوران آزمایش اتصال مقیاس کوچک تیر اشکل به ستون لوله‌ای و مقایسه آن با مدل خط کران‌دار پیشنهادی



شکل ۹- نمایی از چیدمان آزمایش اتصال تیر اشکل به ستون لوله‌ای

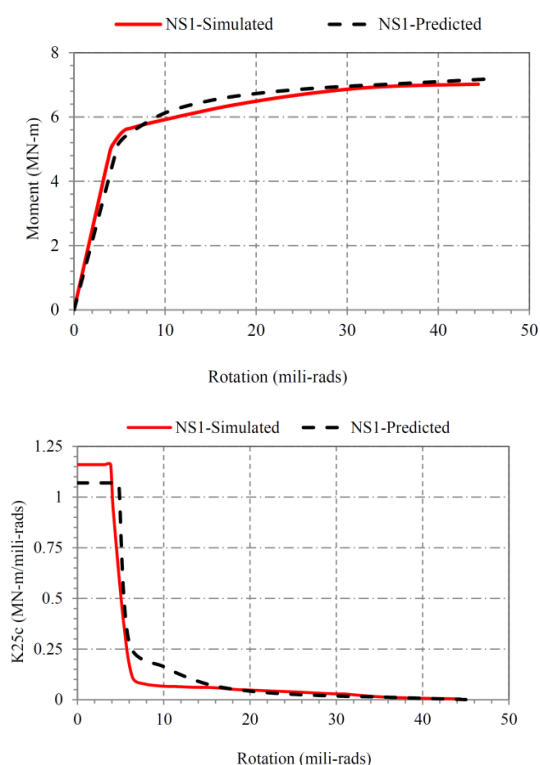
[۱۸]

گرفته‌اند. همچنین با توجه به تقارن هندسه اتصال نسبت به صفحه گذرنده از وسط جان تیر، فقط نصف کل اتصال مدل شد تا میزان محاسبات کاهش یابد. جزئیات دقیق این اتصال، در مرجعی که قبلاً توسط مؤلفین این مقاله منتشر شده، اشاره شده است [۱۹]. لازم به ذکر است که مدل اجزای محدود استفاده‌شده در این تحقیق، با آزمایش انجام‌شده در مرجع [۱۸] مورد صحت‌سنجی قرار گرفته است.



شکل ۱۲- مدل اجزای محدود اتصال [۱۹]

با استفاده از مقادیر جدول (۲) و همچنین استفاده از روابط سختی مدل خط کران‌دار، منحنی‌های  $(M - \phi)$  و  $(k_j - \phi)$  برای هشت اتصال جدول (۱) تهیه شده و در شکل (۱۳)، نتایج مدل‌های تحلیلی با مدل‌های عددی اتصال ۱ و ۵ مقایسه شده‌اند.



شکل ۱۳- منحنی‌های سختی-دوران و لنگر-دوران با مدل خط کران‌دار پیشنهادی برای اتصالات ۱ و ۵ و مقایسه آن با مدل عددی

در جدول (۲)، میزان لنگرهای تسلیم و خمیری و همچنین سختی نواحی خطی-ارتجاعی و خطی-خمیری با استفاده از روابط ذکرشده در بخش قبل برای هشت اتصال جدول (۱) ارائه شده است. میزان سختی اتصال در سه ناحیه مذکور، به صورت روابط زیر بیان می‌شود:

$$M = k_j \cdot \phi \quad (24)$$

$$k_i = \begin{cases} k_o & \text{when } M < m_1 \\ k_o + \frac{M - m_1}{M_c - M_y} (k_p - k_o) & \text{when } m_1 \leq M \leq m_2 \\ k_p & \text{when } M > m_2 \end{cases} \quad (25)$$

$$m_1 = M_y + k_p \cdot \phi_c \quad (26)$$

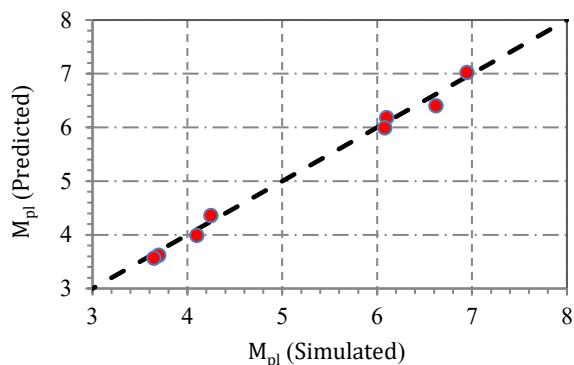
$$m_2 = M_{pl} = M_c + k_p \cdot \phi_c$$

جدول ۲- میزان لنگرهای تسلیم و خمیری و سختی نواحی

خطی-ارتجاعی و خطی-خمیری

Model number	Linear Elastic Zone		Linear Plastic Zone	
	$M_y$ (kN.m)	$k_y$ (kN.m/mili-rads)	$M_{pl}$ (kN.m)	$k_{pl}$ (kN.m/mili-rads)
NS1	5136	1060	7029	4.8
NS2	2993	629	4362	2.8
NS3	4549	945	6407	4.3
NS4	2758	583	3989	2.6
NS5	4355	915	6187	4.1
NS6	2691	564	3625	2.5
NS7	4323	903	5995	4
NS8	2617	545	3568	2.5

در این مقاله، برای مدل‌سازی عددی اتصالات، از نرم‌افزار اجزای محدود ABAQUS بهره‌گیری شده است. در نرم‌افزارهای اجزای محدود، از جمله ABAQUS بسته به نوع تحلیل، المان‌هایی طراحی شده‌اند که شرایط خاص آن تحلیل را برآورده می‌کنند. در این مورد خاص، لازم است المانی انتخاب شود که قادر به در نظر گرفتن هم‌زمان تغییرات تنش و تغییر شکل باشد. همچنین، از آنجا که باید تغییرات در ضخامت المان نیز مدنظر قرار گیرد، از المان‌های SOLID سه‌بعدی استفاده می‌شود. به این ترتیب، المان C3D8 که یک المان SOLID سه‌بعدی با هشت گره است، به کار گرفته می‌شود [۲۰]. برای به دست آوردن دقیق رفتار اتصال، یک مش فشرده منظم در ناحیه چشمه اتصال لحاظ می‌شود. این ناحیه شامل سخت‌کننده‌ها و دیافراگم‌های خارجی می‌باشد (شکل (۱۲)). این ناحیه‌ای است که شکست احتمالاً از آن شروع می‌شود و انتظار می‌رود که گرادین تنش و کرنش بالایی را تجربه نماید. مجموعه‌ای از مدل‌های ABAQUS برای ارزیابی حساسیت نتایج شبیه‌سازی به شکل و نظم مش‌بندی مورد بررسی قرار



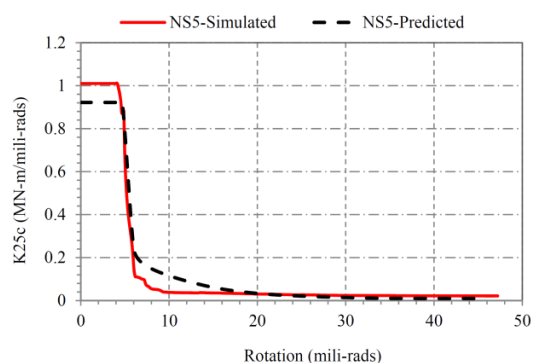
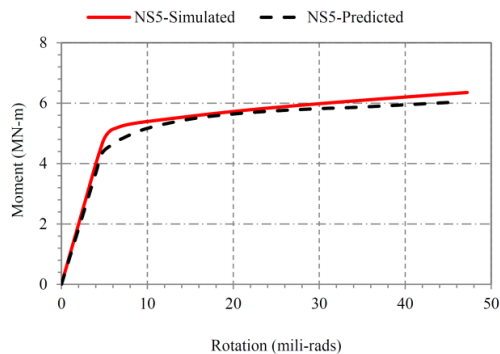
شکل ۱۵- مقایسه نتایج مدل تحلیلی با مقادیر مدل عددی در محاسبه لنگر خمیری

همان‌طور که از شکل‌های (۱۴) و (۱۵) به‌وضوح مشخص است، تطابق نسبتاً خوب نتایج مدل تحلیلی با نتایج مدل عددی را در محاسبه لنگر تسلیم و لنگر خمیری اتصال نشان می‌دهد. البته در محاسبه لنگر خمیری، میزان تطابق جواب‌ها با یکدیگر بیش‌تر از تطابق لنگر تسلیم است.

#### ۵- نتیجه‌گیری

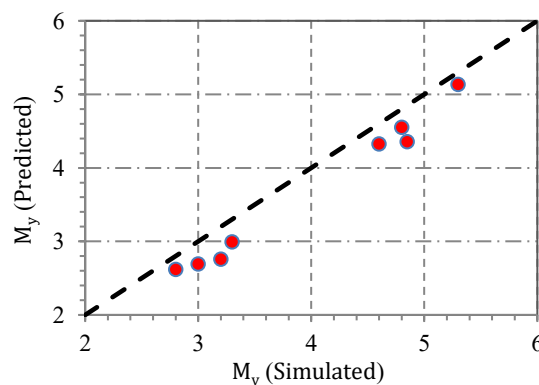
در این مقاله یک روش حل بسته تحلیلی برای پیش‌بینی منحنی‌های لنگر-دوران و سختی-دوران اتصالات تیر آشکل به ستون لوله‌ای ارائه شد. روند محاسباتی در این تحقیق نشان داد که با داشتن هندسه کامل اتصال و همچنین داشتن میزان لنگر وارده بر اتصال، به‌راحتی می‌توان با استفاده از روابط استخراج‌شده در این مقاله، میزان حداکثر تنش را در مقطع مؤثر محاسبه نمود. ادامه روند حل مسئله، به استخراج روابط تعیین لنگر تسلیم و لنگر خمیری منجر شد. سپس با مشاهده رفتار لنگر-دوران اتصال در مدل‌های عددی، مشخص شد که مدل خط کران‌دار بهترین مدل برای تبیین رفتار  $(M - \varphi)$  و  $(k_j - \varphi)$  این اتصالات می‌باشد. در ادامه با داشتن لنگر تسلیم و لنگر خمیری، و فرض مقدار کرنش تسلیم و کرنش خمیری، مبادرت به رسم منحنی  $(M - \varphi)$  و  $(k_j - \varphi)$  این اتصالات شد. مقایسه نتایج مدل تحلیلی منحنی‌های  $(M - \varphi)$  با نتایج مدل عددی نشان از تطابق خوب نتایج دارد.

هرچند مدل تحلیلی ارائه‌شده در این مقاله توانست با دقت مناسبی رفتار لنگر-دوران و سختی-دوران اتصالات تیر آشکل به ستون لوله‌ای را پیش‌بینی نماید، اما این مدل با برخی فرضیات ساده‌ساز، مانند رفتار صفحه‌ای، عدم در نظر گرفتن اثرات خستگی، و همچنین مدل‌سازی استاتیکی توسعه داده شده است. از جمله محدودیت‌های مدل می‌توان به دامنه کاربرد محدود آن برای اتصالات خاص با هندسه‌های مشابه نمونه‌های جدول (۱) اشاره



ادامه شکل ۱۳- منحنی‌های سختی- دوران و لنگر- دوران با مدل خط کران‌دار پیشنهادی برای اتصالات ۱ و ۵ و مقایسه آن با مدل عددی

همان‌طور که از شکل (۱۲) به خوبی مشخص است، با استفاده از روابط ارائه‌شده در بخش قبل، به‌راحتی می‌توان منحنی‌های  $(M - \varphi)$  و  $(k_j - \varphi)$  را با دقت قابل‌قبولی محاسبه کرد. در منحنی‌های  $(k_j - \varphi)$ ، اختلاف نسبتاً قابل‌توجه سختی بین نتایج پیش‌بینی و عددی در ناحیه خطی-ارتجاعی، عمدتاً به دلیل اختلاف در محاسبه لنگر تسلیم اتصال و دوران متناسب با لنگر تسلیم اتصال می‌باشد. در شکل‌های (۱۴) و (۱۵)، مقایسه نتایج مدل تحلیلی با مقادیر مدل عددی در محاسبه لنگر تسلیم و خمیری نشان داده شده است.



شکل ۱۴- مقایسه نتایج مدل تحلیلی با مقادیر مدل عددی در محاسبه لنگر تسلیم

نمود. همچنین اثرات دمایی و حرارتی تنها در چارچوب تحلیل عددی بررسی شده و در مدل تحلیلی لحاظ نگردیده است. پیشنهاد می‌شود در مطالعات آتی، رفتار دینامیکی این نوع اتصالات تحت بارهای زلزله، اثرات خستگی ناشی از بارگذاری چرخه‌ای طولانی‌مدت، و همچنین توسعه مدل‌های تحلیلی که شرایط حرارتی را نیز در نظر بگیرند، مورد بررسی قرار گیرد تا اعتبار و گستره کاربرد نتایج افزایش یابد.

- Report, Steel Structures Research Committee. Dept. of Scientific and Industrial Research. HMSO, London pp.92.
- [15] Al-Bermani, F.G.A., Li, B., Zhu, K., and Kitipornchai, S. (1994), "Cyclic and seismic response of flexibly jointed frames", *Engineering Structures*, 16(4), pp.249-255.
- [16] Zhu, K., Al-Bermani, F.G.A., Kitipornchai, S., and Li, B. (1995), "Dynamic response of flexibly jointed frames", *Engineering Structures*, 17(8), pp.575-580.
- [17] Young, W.C., Budynas, R.G., and Roark, R.J. (2002), "Roark's formulas for stress and strain", McGraw-hill.
- [18] Hosseini, S.A., Zeinoddini, M., Saedi Daryan, A., and Rahbari, M. (2014), "Model fire tests on a beam-to-leg connection in an offshore platform topside", *Fire and Materials*, 38(5), pp.529-549.
- [19] Zeinoddini, M., and Hosseini, S.A. (2013), "Fire response of externally stiffened steel I-beam-to-CHS welded connections: A numerical modelling", *Journal of Constructional Steel Research*, 89, pp.42-51.
- [20] Abaqus Analysis user's manual version 6.18-1. abaqus Inc. 2018.
- [1] Popov, E.P., and Stephen, R.M. (1970), "Cyclic loading of full-size steel connections", Report No. UCB/EERC-70/03. Earthquake Engineering Research Centre, University of California, Berkeley.
- [2] Nader, M.N., and Astaneh, A. (1991), "Dynamic behavior of flexible, semirigid and rigid steel frames", *Journal of Constructional Steel Research*, 18(3), pp.179-192.
- [3] AISC (2022), "Specification for Structural Steel buildings", ANSI/AISC 360-22, American Institute of Steel construction, Chicago, IL.
- [4] ECCS-European Convention for Constructional Steelwork. (2015), *Design of steel structures: eurocode 3: design of steel structures*. John Wiley and Sons.
- [5] Couchaux, M., Castiglioni, C., Hjjaj, M., and Wald, F. (2021), "I-beam-to-CHS-column moment resisting joints using passing-through plates", *Journal of Constructional Steel Research*, 184, p.106703.
- [6] Guo, X., Chen, S., Xu, Z., and Liu, J. (2024), "Hysteretic behavior of eccentric RHS beam-to-column joints under cyclic in-plane bending", *Journal of Constructional Steel Research*, 223, p.109063.
- [7] Piscini, A., Morelli, F., and Salvatore, W. (2021), "Experimental behavior of laser cut I-beam-to-CHS-column steel-concrete composite joints under vertical loads", *Journal of Constructional Steel Research*, 181, p.106629.
- [8] Ajwad, A., Di Benedetto, S., Latour, M., and Rizzano, G. (2024), "A component method approach for single-sided beam-to-column joints with CHS column and welded double-tee beam", *Thin-Walled Structures*, 202, p.112055.
- [9] Al Mohtar, F.M., and Hantouche, E.G. (2021), "Effect of thermal creep on the behavior of flush end-plate connection under transient conditions of fire", *Fire Safety Journal*, 121, p.103268.
- [10] Smith, J., and Zhang, L. (2023), "Thermal Creep Behavior of Structural Steel Connections: A Comprehensive Review. *Journal of Constructional Steel Research*", doi: 10.1016/j.jcsr.2023.1087
- [11] Lightfoot, E., and Le Messurier, A.P. (1974), "Elastic analysis of frameworks with elastic connections", *Journal of the Structural Division*, 100(6), pp.1297-1309.
- [12] Frye, M.J., and Morris, G.A. (1975), "Analysis of flexibly connected steel frames", *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2(3), pp.280-291.
- [13] Krishnamurthy, N., Huang, H.T., Jeffrey, P.K., and Avery, L.K. (1979), "Analytical M-θ curves for end-plate connections", *Journal of the Structural Division*, 105(1), pp.133-145.
- [14] Batho C., and Lash S.D. (1936), "Further investigations on beam and stanchion connections encased in concrete, together with Lab. Investigation on a full Scale Steel Frame", Final

## پیوست ۱:

نحوه استخراج روابط ۱۴-۱۵ به شرح زیر است:

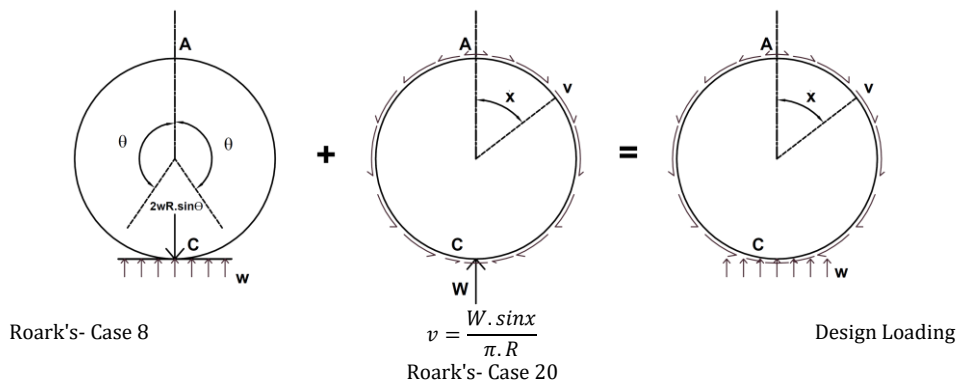
## پ-۱- تعیین مشخصات هندسی مقطع مؤثر

با استفاده از هندسه مقطع مؤثر داریم:

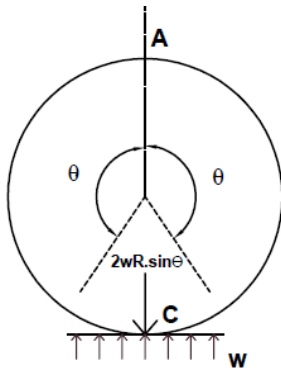
- در روابط روبه‌رو،  $d_a$  و  $d_c$  به ترتیب قطر خارجی ستون و قطر معادل ورق دیافراگم؛  $b_p$ ،  $b_f$ ،  $b_e$  و  $b_q$  به ترتیب عرض بال تیر، عرض حداقل دیافراگم، عرض حداکثر دیافراگم و عرض مؤثر مقطع هستند (شکل (۳)).  $t_c$ ،  $t_d$ ،  $t_f$  و  $A_s$  به ترتیب ضخامت بال تیر، ضخامت ورق دیافراگم، ضخامت ستون، سطح مقطع مؤثر و سطح مؤثر برش می‌باشد.  $y_1$ ،  $y_2$ ،  $I_x$  و  $S_x$  به ترتیب ارتفاع اول و دوم از تار خنثی مقطع مؤثر، ممان اینرسی و اساس مقطع حول محور x می‌باشد (شکل (۳)).  $\theta$  و  $R$  پارامترهای هندسی مشخص شده در شکل،  $\alpha$  و  $k_2$  پارامترهای واسطه هستند.  $M_b$ ،  $S_{x,beam}$  و  $w$  به ترتیب لنگر وارد بر اتصال، اساس مقطع تیر، بار خطی وارد بر بال تیر و بار وارد بر بال تیر یا اتصال می‌باشد. لازم به ذکر است که در این محاسبات، دو لنگر متفاوت وجود دارد؛ یکی لنگری که بر انتهای تیر و اتصال وارد می‌شود،  $M_b$  و دیگری لنگر داخلی که در اثر  $M_b$  در اجزای اتصال ایجاد می‌شود، که همان  $M_x$  است.
- (پ-۱)  $b_p = \frac{d_a - d_c}{2}$
- (پ-۲)  $b_q = \frac{\sqrt{2}d_a - d_c - b_f}{2}$
- (پ-۳)  $B_e = 1.1 \times \sqrt{d_c \cdot t_c}$
- (پ-۴)  $A = B_e t_c + b_p \cdot t_d$
- (پ-۵)  $A_s = (t_c + b_p) \cdot t_d$
- (پ-۶)  $y_1 = \left[ \frac{t_d \cdot b_p^2}{2} + B_e t_c \cdot (0.5 \times t_c + b_p) \right] / A$
- (پ-۷)  $y_2 = b_p + t_c - y_1$
- (پ-۸)  $I_x = \left[ \frac{t_d \cdot b_p^3}{12} + \frac{B_e \cdot t_c^3}{12} \right] + A \cdot y_1^2$
- (پ-۹)  $S_x = \frac{I_x}{y_1}$
- (پ-۱۰)  $\theta = \pi - \text{Arcsin}\left(\frac{0.5b_f}{R}\right)$
- (پ-۱۱)  $R = 0.5 \times D_c - t_c + y_2$
- (پ-۱۲)  $\alpha = \frac{I}{AR^2}$
- (پ-۱۳)  $K_2 = 1 - \alpha$
- (پ-۱۴)  $Q = \frac{t_d \cdot y_1^2}{2}$
- (پ-۱۵)  $Z = 2Q$
- (پ-۱۶)  $w = \frac{M_b}{S_{x,beam}} \times t_f$
- (پ-۱۷)  $W = w \cdot b_f$

## پ-۲- محاسبه توزیع بار لنگر وارده بر روی اجزای اتصال

بار توزیع شده لنگر خمشی در اجزای اتصال مطابق با شکل (پ-۱) و طبق روابط Roark به قرار زیر می‌باشد [۱۷].



شکل پ-۱- توزیع بار محوری ناشی از لنگر خمشی روی اجزای اتصال [۱۷]



8. Roark's formula [17]

$$M_A = \frac{w \cdot R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) \quad (18-پ)$$

$$M_C = \frac{-w \cdot R^2}{2\pi} \left( \frac{\pi + sc - \theta}{2} - \frac{\theta}{2} + \theta s^2 - \frac{2s^3}{3} + k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) \quad (19-پ)$$

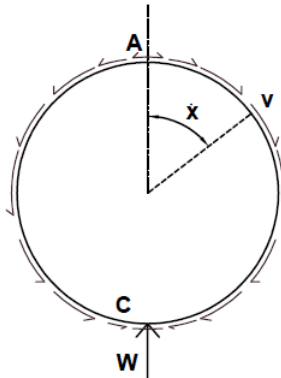
$$N_A = \frac{-wRs^3}{3\pi} \quad (20-پ)$$

$$V_A = 0 \quad (21-پ)$$

$$LT_M = \frac{-wR^2}{2} (z - s)^2 (x - \theta)^0 \quad (22-پ)$$

$$LT_N = -wRz(z - s)(x - \theta)^0 \quad (23-پ)$$

$$LT_v = -wRu(z - s)(x - \theta)^0 \quad (24-پ)$$



20. Roark's formula [17]

$$M_A = \frac{WR}{2\pi} (k_2 - 0.5) \quad (25-پ)$$

$$M_C = \frac{WR}{2\pi} (k_2 + 0.5) \quad (26-پ)$$

$$N_A = \frac{0.75W}{\pi} \quad (27-پ)$$

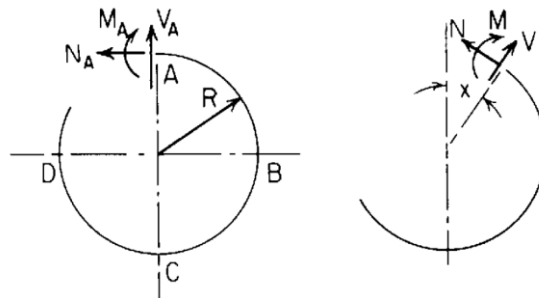
$$V_A = 0 \quad (28-پ)$$

$$LT_M = \frac{WR}{\pi} \left( 1 - u - \frac{xz}{2} \right) \quad (29-پ)$$

$$LT_N = \frac{-W}{2\pi} xz \quad (30-پ)$$

$$LT_v = \frac{W}{2\pi} (z - xu) \quad (31-پ)$$

مطابق با شکل (پ-۲)، مقادیر نیروهای داخلی در یک حلقه مطابق روابط زیر می‌باشد [۱۷]:



شکل پ-۲- نیروهای داخلی ایجادشده در یک حلقه [۱۷]

$$M = M_A - N_A R(1 - u) + V_A R z + LT_M \quad (32-پ)$$

$$N = N_A u + V_A z + LT_N \quad (33-پ)$$

$$V = -N_A z + V_A u + LT_V \quad (34-پ)$$

$$z = \sin x, u = \cos x, n = \sin \theta \text{ and } m = \cos \theta \quad (35-پ)$$

$$s = \sin \theta, c = \cos \theta \quad (36-پ)$$

بنا بر اصل جمع آثار قوا در تحلیل سازه‌ها، ترکیب نیروها، لنگرها و تنش‌ها به شکل زیر است [۱۷]:

$$M_x = M_{x.case8} + M_{x.case20} \quad (37-پ)$$

$$N_x = N_{x.case8} + N_{x.case20} \quad (38-پ)$$

$$V_x = V_{x.case8} + V_{x.case20} \quad (39-پ)$$

$$\tau_x = \frac{V_x}{A_s} \quad \text{پ-۴۰} \quad (40-p)$$

$$\sigma_{x(in,out)} = -\frac{M_x \cdot y_{1,2}}{I} + \frac{N_x}{A} \quad \text{پ-۴۱} \quad (41-p)$$

$$\sigma_{von} = [\max(\sigma_{in}, \sigma_{out})^2 + 3\tau^2]^{0.5} \quad \text{پ-۴۲} \quad (42-p)$$

ترکیب نیروها در نقطه A به شکل زیر است [۱۷]:

$$N_A = \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] \quad \text{پ-۴۳} \quad (43-p)$$

$$M_A = \left[ \frac{w \cdot R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) + \left( \frac{WR}{2\pi} (k_2 - 0.5) \right) \right] \quad \text{پ-۴۴} \quad (44-p)$$

$$V_A = 0 \quad \text{پ-۴۵} \quad (45-p)$$

ترکیب نیروها در نقطه x به شکل زیر است [۱۷]:

$$N_x = N_A u + V_A z + LT_N = \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] u + 0 + \left( 0 + \frac{-W}{2\pi} xz \right) \quad \text{پ-۴۶} \quad (46-p)$$

$$M_x = M_A - N_A R(1-u) + V_A R z + LT_M = \left[ \frac{w \cdot R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) + \left( \frac{WR}{2\pi} (k_2 - 0.5) \right) \right] - \quad \text{پ-۴۷} \quad (47-p)$$

$$- \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] R \cdot (1-u) + 0 + \left( \frac{WR}{\pi} \cdot \left( 1 - u - \frac{xz}{2} \right) \right)$$

$$V_x = -N_A z + V_A u + LT_V = - \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] z + 0 + \left( 0 + \frac{W}{2\pi} (z - xu) \right) \quad \text{پ-۴۸} \quad (48-p)$$

با استفاده از روابط بالا، ترکیب تنش‌ها در نقطه x به شکل زیر است:

$$\tau_x = \frac{V_x}{A_s} = \left( \frac{1}{A_s} \right) \cdot \left\{ - \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] z + \left( \frac{W}{2\pi} (z - xu) \right) \right\} \quad \text{پ-۴۹} \quad (49-p)$$

$$\sigma_{in,out} = \left( -\frac{M_x \cdot y_2}{I} + \frac{N_x}{A} \right) = \left( -\frac{y_{1,2}}{I} \right) \cdot \left\{ \left[ \frac{w \cdot R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) + \left( \frac{WR}{2\pi} (k_2 - 0.5) \right) \right] - \right. \quad \text{پ-۵۰} \quad (50-p)$$

$$\left. \left[ - \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] R \cdot (1-u) + \left( \frac{WR}{\pi} \cdot \left( 1 - u - \frac{xz}{2} \right) \right) \right] \right\} + \left( \frac{1}{A} \right) \cdot \left\{ \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] u + \left( \frac{-W}{2\pi} xz \right) \right\}$$

پس بنا به رابطه‌های (پ-۴۲)، (پ-۴۹) و (پ-۵۰)، تنش فون میس در نقطه x به شکل زیر است:

$$\sigma_{eqv(x)} = \sqrt{[\max(|\sigma_{in}|, |\sigma_{in}|)]^2 + 3\tau^2} \quad \text{(پ-۵۱)}$$

$$= \sqrt{\max \left\{ \left( -\frac{y_{1,2}}{I} \right) \cdot \left[ \left( \frac{w \cdot R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) + \left( \frac{WR}{2\pi} (k_2 - 0.5) \right) \right] - \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] R \cdot (1 - u) + \left( \frac{WR}{\pi} \cdot \left( 1 - u - \frac{xz}{2} \right) \right) + \left( \frac{1}{A} \right) \cdot \left\{ \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] u + \left( \frac{-W}{2\pi} xz \right) \right\} \right]^2 + 3 \left[ \left( \frac{1}{A_s} \right) \cdot \left\{ - \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] z + \left( \frac{W}{2\pi} (z - xu) \right) \right\} \right]^2 \right\}^2$$

$$= \sqrt{\max \left\{ \left( -\frac{y_{1,2}}{I} \right) \cdot \left[ \left( \frac{w \cdot R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) + \left( \frac{WR}{2\pi} (k_2 - 0.5) \right) \right] - \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] R \cdot (1 - \cos x) + \left( \frac{WR}{\pi} \cdot \left( 1 - \cos x - \frac{x \cdot \sin x}{2} \right) \right) + \left( \frac{1}{A} \right) \cdot \left\{ \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] \cos x + \left( \frac{-W}{2\pi} x \cdot \sin x \right) \right\} \right]^2 + 3 \left[ \left( \frac{1}{A_s} \right) \cdot \left\{ - \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] \sin x + \left( \frac{W}{2\pi} (\sin x - x \cdot \cos x) \right) \right\} \right]^2 \right\}^2} \quad \text{(پ-۵۲)}$$

روابطی که در بالا ارائه شد، از روابط به کاررفته رایج در طراحی و روابط Roark می باشد [۱۷]. روابط زیر با استفاده از روابط بالا، توسط مؤلف ارائه شده است. در ادامه، برای این که محاسبات ساده تر شود، از پارامترهای واسطه زیر استفاده می شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \left[ \frac{-w \cdot R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75W}{\pi} \right] = w \cdot A' \quad \text{(پ-۵۳)} \\ B = -\frac{y_{1,2}}{I} \quad \text{(پ-۵۴)} \\ C = \frac{WR}{\pi} = w \cdot C' \quad \text{(پ-۵۵)} \\ D = \frac{-W}{2\pi} = w \cdot D' \quad \text{(پ-۵۶)} \\ E = \frac{w \cdot R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) + \left( \frac{WR}{2\pi} (k_2 - 0.5) \right) = w \cdot E' \quad \text{(پ-۵۷)} \\ F = \frac{1}{A} \quad \text{(پ-۵۸)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A' = \left[ \frac{-R \cdot S^3}{3\pi} + \frac{0.75b_f}{\pi} \right] \quad \text{(پ-۵۹)} \\ B = -\frac{y_{1,2}}{I} \quad \text{(پ-۶۰)} \\ C' = \frac{b_f R}{\pi} \quad \text{(پ-۶۱)} \\ D' = \frac{-b_f}{2\pi} \quad \text{(پ-۶۲)} \\ E' = \frac{R^2}{2\pi} \left( \pi(s^2 - 0.5) - \frac{sc - \theta}{2} - s^2 \left( \theta + \frac{2s}{3} \right) - k_2(2s + sc - \pi + \theta) \right) + \left( \frac{b_f R}{2\pi} (k_2 - 0.5) \right) \quad \text{(پ-۶۳)} \\ F = \frac{1}{A} \quad \text{(پ-۶۴)} \end{array} \right.$$

بررسی تابع تنش فون میسس نشان می‌دهد که حداکثر مقدار این تابع، در زاویه ۱۳۵ درجه است:

$$\text{If } (x = 135^\circ = \frac{3\pi}{4} = 2.36): \sigma_{von} = \max \quad (\text{پ-۶۷})$$

$$\Rightarrow \sigma_{von(\max)} = \sqrt{\left| B \cdot \left\{ E + A \cdot R(1 - \cos x) - C \cdot \left( 1 - \cos x - \frac{x \cdot \sin x}{2} \right) \right\} + F \cdot \{ A \cdot \cos x + D \cdot x \cdot \sin x \} \right|^2 + 3[F \cdot \{-A \cdot \sin x - D \cdot (\sin x - x \cdot \cos x)\}]^2} \quad (\text{پ-۶۸})$$

$$= \sqrt{\left| (BE + BAR - BC) + (-BAR + BC + FA) \cdot (-0.707) + (0.5BC + FD) \times 2.36 \times 0.707 \right|^2 + 3[(-FA - FD) \cdot (0.707) + FD \times 2.36 \times (-0.707)]^2} \quad (\text{پ-۶۹})$$

$$\rightarrow \sigma_{von(\max)} = \sqrt{\left| (BE + BAR - BC) + (-0.707) \cdot (-BAR + BC + FA) + 0.834BC + 1.67FD \right|^2 + 3[(-0.707)(FA + FD) - 1.67FD]^2} \quad (\text{پ-۷۰})$$

$$= w \cdot \sqrt{\left| (BE' + BA'R - BC') + (-0.707) \cdot (-BA'R + BC' + FA') + 0.834BC' + 1.67FD' \right|^2 + 3[(-0.707)(FA' + FD') - 1.67FD']^2} = w \cdot \alpha$$

همان‌طور که از رابطه (پ-۷۰) به‌وضوح مشخص است، تنش فون میسس حداکثر به‌صورت تابعی از بار خطی وارده بر ورق دیافراگم (w)، توسط مؤلف بیان شده است.

$$\sigma_{von(\max)} = w \cdot \alpha \quad (\text{پ-۷۱})$$

$$\alpha = \sqrt{\left| (BE' + BA'R - BC') + (-0.707) \cdot (-BA'R + BC' + FA') + 0.834BC' + 1.67FD' \right|^2 + 3[(-0.707)(FA' + FD') - 1.67FD']^2} \quad (\text{پ-۷۲})$$