تئوری قابلیت اطمینان لرزه‌ای سازه با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو بر اساس نمونه‌گیری بااهمیت

احسان جهانی[1*]، حامد حمیدی جمنانی[2]، مجید مهجور لطف آبادی[3]

۱- استادیار، مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه مازندران، بابلسر
۲- استادیار، مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل
۳- کارشناس ارشد، مهندسی عمران، موسسه آموزش عالی علوم و فناوری آریان، بابل
[*] بابلسر، صندوق پستی ۴۷۴۱۶-۱۳۵۳۴، e.jahani@umz.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۲/۰۶، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۶/۰۴)

چکیده

امروزه بررسی لرزه‌ای ایمنی ساختمان‌ها یکی از ملزومات اساسی اجرای آن می‌باشد. در دهه‌های اخیر نظریه قابلیت اطمینان سازه‌ها تحقیقات بسیار گسترده‌ای را به خود اختصاص داده است. شبیه‌سازی مونت‌کارلو روشی مناسب برای تحلیل قابلیت اطمینان سازه‌ها می‌باشد. در این مقاله، یک روش جدید نمونه‌گیری بااهمیت به‌منظور کاهش تعداد محاسبات تابع حالت حدی و زمان محاسباتی پیشنهاد می‌شود. ویژگی الگوریتم پیشنهادی عدم نیاز به دانستن موقعیت نقطه طراحی یا شکل تابع حالت حدی است. ایده اصلی الگوریتم پیشنهادی این است که مقدار متوسط تابع چگالی احتمال نمونه‌گیری در پروسه شبیه‌سازی تغییر می‌کند. بر این اساس تمرکز نمونه‌برداری بر مناطق بااهمیت از فضای مسئله خواهد بود. یکی از روش‌های محاسبه قابلیت اطمینان لرزه‌ای سازه‌ها در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های سازه‌ای در برابر رکوردهای زلزله تعیینی می‌باشد. تحلیل قابلیت اطمینان عبور از سطح آستانه سازه برای زمین‌لرزه‌های معین، تحلیل عبور از سطحی است که احتمال تجاوز پاسخ سازه از یک مقدار آستانه تعیین‌شده خواهد بود. روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو بر اساس نمونه‌گیری بااهمیت یکی از روش‌های آماری بسیار قدرتمند برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان می‌باشد که باعث بهبود و کاهش تعداد نمونه‌ها و افزایش سرعت عمل می‌شود. با توجه به وابستگی ظرفیت سیستم سازه‌ای به خصوصیات مصالح و ابعاد اعضاء بررسی میزان عدم قطعیت‌های موجود در هر یک از این پارامترها مهم می‌نماید.

واژگان کلیدی

شبیه‌سازی مونت‌کارلو، نمونه‌برداری بااهمیت، تحلیل قابلیت اطمینان، متغیر تصادفی

Seismic Structural Reliability Theory Using Monte Carlo Simulation Based on Importance Sampling

E. Jahani, H. Hamidi Jamnani, M. Mahjoor Lotf Abadi

Abstract

The study of seismic safety of buildings is one of the basic requirements for its implementation. In recent decades, structural reliability theory to be allocated very extensive research. Monte Carlo simulation is a suitable method for structural reliability analysis. In this paper, a new method of Importance Sampling is proposed to reduce the number of limit state function computations. A feature of the proposed algorithm doesn't need to know the position of the design point or shape of limit state function. The main idea of the proposed algorithm is that the average amount of sampling probability density function is changing in the simulation process. Accordingly, the concentration of sampling will be on the areas of problem space's importance. One of the methods for calculating seismic structural reliability taking into account the structural uncertainties against deterministic earthquake records. Reliability analysis of crossing the structural threshold level for given earthquakes, will be determined as analysis of the level crossing is likely to exceed the structural response of a threshold value. Monte Carlo simulation method based on the importance sampling is one of the most powerful statistical methods for calculating reliability index, which improves and reduce the number of samples and increasing the speed of the operation. Due to the dependence of structural system capacity to the material properties and dimensions of the members, evaluation of uncertainties involved in any of these parameters is important.

Keywords

Monte Carlo simulation, Importance sampling, Reliability analysis, Random variable

۱- مقدمه

احتمال گسیختگی سازه‌ها یکی از موضوعات اصلی در مهندسی سازه می‌باشد. این موضوع می‌تواند به‌وسیله تئوری قابلیت اطمینان موردبررسی قرار گیرد. عملکرد هر سازه می‌تواند توسط تابعی از متغیرهای تصادفی اصلی از سازه، به نام تابع حالت حدی بیان شود. بطوریکه مقدار مثبت تابع حالت حدی بیانگر ایمنی و مقدار منفی تابع حالت حدی بیانگر گسیختگی می‌باشد. ارزیابی احتمال گسیختگی، مسئله‌ای اساسی در تحلیل قابلیت اطمینان سازه‌ای می‌باشد. احتمال گسیختگی می‌تواند به‌صورت زیر فرمول‌بندی شود:

$$P_f = P\left(G(\underline{X}) \leq 0\right) = \int_{G(\underline{X})\leq 0} f(\underline{X})\, d\underline{x} \qquad (۱)$$

بطوریکه $\underline{X}$ برداری از متغیرهای تصادفی مسئله قابلیت اطمینان را بیان می‌کند، $f(\underline{X})$ بیانگر تابع چگالی احتمال مشترک در فضای اصلی مسئله می‌باشد. این انتگرال حجم تابع چگالی احتمال مشترک در دامنه گسیختگی را بیان می‌کند. محاسبه مستقیم این انتگرال به‌ویژه برای سازه‌های واقعی بسیار دشوار است؛ بنابراین در دهه‌های گذشته روش‌های مختلف زیادی برای حل این انتگرال ارائه‌شده‌اند که می‌توانند به‌صورت زیر دسته‌بندی شوند:

۱- روش‌های ممانی: این روش‌ها بر اساس ممان‌های مختلف متغیرهای تصادفی اصلی مانند مقدار متوسط، واریانس و دیگر ممان‌های مرتبه بالاتر می‌باشند. با استفاده از روش‌های گرادیانی، کوتاه‌ترین فاصله تابع حالت حدی از مرکز دستگاه مختصات نرمال استاندارد به نام شاخص قابلیت اطمینان محاسبه می‌شود. سپس، احتمال گسیختگی با استفاده از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \qquad (۲)$$

بطوریکه Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و β شاخص قابلیت اطمینان می‌باشد [۳-۱].

۲- روش‌های فرا کاوشی: در این روش‌ها، کوتاه‌ترین فاصله تابع حالت حدی از مرکز دستگاه مختصات نرمال استاندارد به‌عنوان تابع سازگاری در نظر گرفته می‌شود. روش‌های فرا کاوشی مثل الگوریتم ژنتیک، توده ذرات یا دیگر روش‌های جستجو فرا کاوشی برای یافتن شاخص قابلیت اطمینان مورداستفاده قرار می‌گیرند [٦-٤].

۳- روش‌های شبیه‌سازی: در این روش‌ها مانند شبیه‌سازی مونت‌کارلو، نمونه‌های تصادفی بر اساس تابع چگالی احتمال نمونه‌گیری برای متغیرهای تصادفی تولید می‌شوند. سپس تابع حالت حدی برای هر نمونه محاسبه می‌شود. احتمال گسیختگی با تقسیم تعداد دفعاتی که تابع حالت حدی منفی شده به‌کل تعداد دفعات شبیه‌سازی به دست می‌آید [۷ و ۸].

هر یک از این روش‌های اشاره‌شده دارای معایبی می‌باشند که برخی از آن‌ها در ادامه ارائه می‌شوند. نیاز به فرم ریاضی تابع حالت حدی برای محاسبه مشتقات تابع حالت حدی، اساسی‌ترین نقطه‌ضعف روش‌های ممانی همچون FORM و SORM می‌باشد. از سوی دیگر، روش‌های FORM و SORM به ترتیب تابع حالت حدی را با تقریب مرتبه اول و دوم در نظر می‌گیرند که خود دارای خطا می‌باشد؛ بنابراین، هیچ‌یک از روش‌های FORM و SORM روشی قدرتمند برای توابع حالات حدی پیچیده مانند توابع حالات حدی غیرخطی، توابع دارای چند نقطه گسیختگی و یا ترکیبی از توابع حالات حدی نمی‌باشند. اگرچه روش‌های فرا کاوشی معایب روش‌های ممانی را ندارند، اما در بسیاری از موارد به‌ویژه در مسائلی با چندین نقطه بهینه محلی، آن‌ها نمی‌توانند بهینه کلی را بیابند. شبیه‌سازی مونت‌کارلو به فرم ریاضی تابع حالت حدی نیازی ندارد و می‌تواند بهینه کلی را بیابد، اما تعداد زیادی از شبیه‌سازی‌ها نیاز می‌باشند که منجر به افزایش زمان محاسباتی می‌شوند. لذا تحقیقات زیادی برای افزایش کارایی روش‌های شبیه‌سازی انجام پذیرفته است.

تکنیک‌های نمونه‌برداری ویژه مانند نمونه‌برداری بااهمیت [۷]، متغیرهای متضاد [۹]، نمونه‌برداری چندجهته [۱۰ و ۱۱]، برای کاهش خطای آماری در روش مونت‌کارلو توسعه‌یافته‌اند. کارایی محاسباتی روش‌های نمونه‌برداری بااهمیت در مرجع [۱۲] نشان داده‌شده است.

۲- شبیه‌سازی مونت‌کارلو

شبیه‌سازی مونت‌کارلو که نام‌گذاری آن بر اساس بازی‌های کازینوی مونت‌کارلو در موناکو می‌باشد، بر مبنای کار تحقیقاتی Neumann و Ulam در سال ۱۹۴۹ می‌باشد. رفتار تصادفی، در بازی‌های مبتنی بر شانس نظیر چرخ‌های گردان[1] مشهود است. روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو تحت عنوان یک روش نمونه‌برداری تصادفی ساده یا یک روش آزمون آماری[2] شناخته می‌شود که امکان شناسایی متغیرهای تصادفی بر مبنای مجموعه‌های نمونه‌برداری که به‌صورت تصادفی تولیدشده‌اند را

فراهم می‌نماید. بهره‌گیری از روش مونت‌کارلو جهت مسئله‌های تحلیل سازه‌ای احتمالاتی که مربوط به سال‌های اخیر می‌باشد، با ظهور رایانه‌های دیجیتال به‌صورت یک روش عملی شناخته‌شده است. روش مذکور یک ابزار ریاضی کارآمد جهت تعیین احتمال تقریبی مربوط به یک پیشامد خاص که خود نتیجه مجموعه‌ای از فرآیندهای تصادفی می‌باشد، ارائه می‌دهد. به‌طورکلی، روش مونت‌کارلو متشکل می‌شود از: تولید دیجیتال تابع‌ها و متغیرهای تصادفی، تحلیل آماری نتایج آزمون و روش‌های کاهش واریانس[3] این موارد به‌اختصار در این بخش توضیح داده خواهند شد.

فرآیند محاسباتی مربوط به روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو بسیار ساده می‌باشد که به‌صورت زیر قابل‌بیان است:

- یک نوع توزیع برای متغیر تصادفی انتخاب کنید.
- یک مجموعه‌ی نمونه‌برداری از توزیع مذکور تولید نمایید.
- شبیه‌سازی‌های لازم را بر اساس مجموعه‌ی نمونه‌برداری تولیدشده انجام دهید.

بدیهی است که نوع توزیع و محدودیت‌های مرزی، بخش‌های مهم از فرآیند نمونه‌برداری می‌باشند. تعداد نقطه‌های نمونه‌برداری یک عامل مهم دیگر در دقت روش نمونه‌برداری می‌باشد.

در ابتدا مجموعه نمونه‌برداری متناظر با متغیرهای تصادفی بر اساس تابع‌های چگالی احتمالاتی تولید می‌شود. سپس مدل ریاضی مربوط به $g(0)$ انتخاب می‌گردد، به‌عنوان‌مثال حالت حدی که درنتیجه آن امکان تعیین خرابی‌ها جهت نمونه‌های برآمده از متغیرهای تصادفی میسر می‌گردد. درنهایت، بعد از انجام شبیه‌سازی‌ها با بهره‌گیری از مجموعه‌ی نمونه‌برداری تولیدشده، به‌سادگی می‌توان مشخصه‌های احتمالاتی مربوط به پاسخ سازه‌ها را به دست آورد.

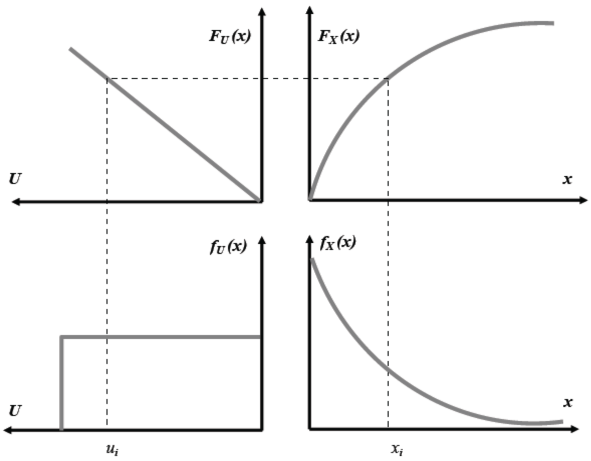
درصورتی‌که تابع حالت حدی $g(0)$ نقض گردد، سازه یا عنصر سازه‌ای دچار شکست شده است. به‌منظور تضمین همگرایی، نتیجه‌های آماری حاصل از آزمون، چندین بار تکرار می‌گردد. مقدارهای نمونه در هر آزمون می‌توانند به‌صورت دیجیتالی تولید و تحلیل شوند. درصورتی‌که N آزمون آماری اجرا شود، احتمال تقریبی خرابی از طریق رابطه‌ی زیر قابل‌محاسبه است:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \qquad (۳)$$

به‌طوری‌که N_f مبین تعداد آزمون‌های آماری می‌باشد که در آن $g(0)$ از میان همه N آزمایش انجام‌شده، نقض گردیده است [۱۳].

۳- تولید متغیرهای تصادفی

در یک گام اساسی در روش نمونه‌برداری مونت‌کارلو تولید یک سری اعداد تصادفی برای متغیرهای تصادفی با توزیع‌های احتمالاتی مشخص می‌باشد. روش تبدیل معکوس[4] متداول‌ترین رویکرد تولید اعداد تصادفی می‌باشد. این روش را می‌توان جهت متغیرهایی استفاده نمود که تابع توزیع تجمعی آن از طریق مشاهده‌های مستقیم به‌دست‌آمده باشد، یا در حالتی که یک عبارت تحلیلی جهت تابع تجمعی معکوس موجود باشد. شکل (۱) روش تبدیل معکوس را به‌طور خلاصه نمایش می‌دهد.



شکل ۱- روش CDF معکوس برای توزیع نمایی [۱۲]

۳-۱- روش نمونه‌برداری بااهمیت

احتمال گسیختگی یک سازه انتگرال تابع چگالی احتمال مشترک تمامی متغیرهای تصادفی ورودی بر روی دامنه گسیختگی می‌باشد. در شبیه‌سازی مونت‌کارلو ساده، نقاط تصادفی با استفاده از تابع توزیع تجمعی احتمال تولید می‌شوند. ازآنجایی‌که مونت‌کارلو ساده نقاط نمونه را بر روی تمام فضای متغیرهای تصادفی بدون هیچ‌گونه تمرکزی تولید می‌کند، این روش به تعداد نقاط نمونه زیادی نیاز دارد. روش‌های زیادی برای کاهش تعداد نقاط نمونه موردنیاز ارائه‌شده‌اند. این روش‌ها واریانس پاسخ‌های به‌دست‌آمده را کاهش می‌دهند، بنابراین روش‌های کاهش واریانس نیز نامیده می‌شود. نمونه‌برداری بااهمیت به‌عنوان یکی از این روش‌های کاهش واریانس می‌باشد [۱۵-۱۲]. در نمونه‌برداری بااهمیت، پروسه نمونه‌برداری

بر ناحیه گسیختگی متمرکزشده و به همگرایی سریع‌تر به‌احتمال گسیختگی درست منجر می‌شود. برای نمونه‌برداری بااهمیت محاسبه احتمال گسیختگی می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود:

$$P_f = \int_{g(x)<0} \frac{f_x(x)}{h_x(x)} h_x(x)\, dx \qquad (٤)$$

طوری که $h_x(x)$ یک تابع چگالی نمونه‌برداری جدید می‌باشد. معادله بالا می‌تواند به‌صورت زیر نوشته شود:

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} I(x_j) \frac{f_x(x_j)}{h_x(x_j)} \qquad (٥)$$

بطوریکه $I(x)$ یک نشانگر گسیختگی یا عدم گسیختگی شبیه‌سازی می‌باشد بطوریکه:

$$I(x_j) = \begin{cases} 0 & if \quad G(x_j) > 0 \\ 1 & if \quad G(x_j) \leq 0 \end{cases} \qquad (٦)$$

هرگاه شبیه‌سازی منجر به گسیختگی شود تابع $I(X)$ مقدار یک را می‌گیرد و هرگاه شبیه‌سازی منجر به عدم گسیختگی شود تابع $I(X)$ مقدار صفر را می‌گیرد. مسئله اساسی در روش نمونه‌برداری بااهمیت، انتخاب تابع چگالی نمونه‌برداری بااهمیتی است که نقاط نمونه موردنیاز را کاهش دهد. ایده اصلی این تکنیک این است که تابع چگالی نمونه‌برداری در نزدیکی محتمل‌ترین نقطه گسیختگی را به دست آوریم [١٧]. برای نمونه‌برداری بااهمیت، روش‌های مختلف زیادی ارائه‌شده‌اند که برای به دست آوردن تابع چگالی نمونه‌برداری مناسب، به نقطه طراحی یا شکل تابع حالت حدی نیاز دارند [١٨ و ١٩]. درحالی‌که در مسائل عملی، نقطه طراحی یا شکل تابع حالت حدی مشخص نیستند. در این مقاله با ارائه روش نوینی برای نمونه‌برداری بااهمیت، تابع چگالی نمونه‌برداری با جمع‌آوری اطلاعات در طول پروسه نمونه‌برداری به‌گونه‌ای به دست می‌آید که نمونه‌برداری را به‌سوی مناطق با اهمیت‌تر سوق می‌دهد.

٣-٢- روش نمونه‌برداری بااهمیت جدید

همان‌گونه که اشاره شد، روش نمونه‌برداری بااهمیت که از نقطه طراحی به‌عنوان متوسط تابع چگالی احتمال نمونه‌برداری استفاده می‌کند روشی کارا می‌باشد. نیاز به نقطه طراحی قبل از حل مسئله نقطه‌ضعف اساسی این روش می‌باشد. در این تحقیق، یک روش نمونه‌برداری دینامیک جدید معرفی می‌شود که این نقطه‌ضعف اساسی را برطرف می‌نماید. در الگوریتم ارائه‌شده، اطلاعات درباره نقطه طراحی و شکل تابع حالت حدی نیاز نیست. بر اساس تعریف Hasofer و Lind [٢٠]، شاخص قابلیت اطمینان، کوتاه‌ترین فاصله بین تابع حالت حدی و مرکز دستگاه مختصات نرمال استاندارد می‌باشد. در الگوریتم ارائه‌شده، متوسط تابع چگالی نمونه‌برداری در طول پروسه نمونه‌برداری به نقطه طراحی می‌رسد. نوع تابع چگالی نمونه‌برداری همان تابع چگالی متغیرهای تصادفی در نظر گرفته می‌شود ولی مقدار متوسط تابع چگالی نمونه‌برداری در طول پروسه نمونه‌برداری تغییر می‌کند. در ابتدا، یک نقطه بر اساس تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی تولید می‌شود. سپس مقدار تابع حالت حدی در این نقطه و همچنین فاصله بین این نقطه و مرکز دستگاه مختصات محاسبه می‌شود. در گام بعدی، یک نقطه تصادفی جدید بر اساس تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی تولید می‌شود، اما با مقدار متوسطی که در گام قبلی به‌دست‌آمده است. سپس مانند گام قبلی، تابع حالت حدی و فاصله محاسبه می‌شوند. اگر هر دو این مقادیر کمتر از مقادیر به‌دست‌آمده قبلی باشند، این نقطه جدید به‌عنوان مقدار متوسط تابع چگالی نمونه‌برداری در نظر گرفته می‌شوند، در غیر این صورت همان نقطه قبلی به‌عنوان مقدار متوسط در نظر گرفته می‌شود. گام‌های ارائه‌شده بر اساس مقدار دقت موردنیاز تکرار می‌شوند. مقدار انحراف معیار تابع چگالی نمونه‌برداری، مسئله دیگری است که باید در این الگوریتم موردتوجه قرار گیرد. مقدار انحراف معیار می‌تواند همانند انحراف معیار تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی مسئله باشند، اما در مسائل با شاخص قابلیت اطمینان بالا که فاصله بین نقطه طراحی و مرکز دستگاه مختصات زیاد است، نیاز به تولید نقاط تصادفی در فاصله‌ای دورتر از مرکز می‌باشد که به معنای انحراف معیار بزرگ می‌باشد. هرچه فاصله کمتر باشد، نقطه تصادفی نزدیک‌تر به مقدار متوسط تابع چگالی نمونه‌برداری می‌باشد که به معنای انحراف معیار کمتر است [١٢]. بر اساس چنین تفسیری، در الگوریتم ارائه‌شده، انحراف معیار هر متغیر در پروسه تحلیل مورداستفاده قرارگرفته است. به‌عبارت‌دیگر، یک تابع برای انحراف معیار هر متغیر در نظر گرفته می‌شود که مقدار بزرگ‌تری را در شروع تحلیل می‌دهد و به‌تدریج انحراف معیار متغیرها کاهش می‌یابند. برای این منظور می‌توان تابع زیر را در نظر گرفت.

$$\sigma = C\left(\frac{n-i}{n}\right) + \sigma_{initial} \qquad (٧)$$

که در آن، n تعداد کل شبیه‌سازی‌ها می‌باشد. i شماره نقطه نمونه‌برداری در زمانی است که انحراف معیار در حال تغییر

است. $\sigma_{initial}$ انحراف معیار متغیرهای تصادفی و C یک مقدار ثابت وابسته به مقدار شاخص قابلیت اطمینان می‌باشد بطوریکه C برای شاخص قابلیت اطمینان زیاد، بزرگ اختیار می‌شود. این تغییر در انحراف معیار در مرحله‌ای که مقدار متوسط تابع نمونه‌برداری تغییر می‌کند صورت می‌پذیرد.

٤- الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم پیشنهادی می‌تواند به‌صورت زیر ارائه شود:

١- تشکیل تابع حالت حدی و تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی.

٢- تولید نقطه تصادفی بر اساس تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی با مقدار متوسط متغیرهای تصادفی و انحراف معیار به‌دست‌آمده رابطه (٧) به‌عنوان تابع چگالی نمونه‌برداری.

٣- محاسبه تابع حالت حدی و فاصله بین نقطه تصادفی و مرکز فضای مسئله و در نظر گرفتن آن‌ها به‌عنوان min limit state و min distance.

٤- تولید یک نقطه تصادفی بر اساس تابع چگالی متغیرهای تصادفی با مقدار متوسطی که برابر است با نقطه تصادفی به‌دست‌آمده از گام‌های قبلی و انحراف معیار به‌دست‌آمده از رابطه (٧).

٥- محاسبه تابع حالت حدی و فاصله بین نقطه تصادفی و مرکز فضای مسئله.

٦- اگر تابع حالت حدی منفی باشد، مقدار $\frac{\mathrm{PDF_{random\ variables}}}{\mathrm{PDF_{sampling}}}$ به تعداد خرابی‌ها اضافه می‌شود.

٧- اگر مقدار تابع حالت حدی و مقدار فاصله به ترتیب کمتر از مقدار min limit state و min distance باشند. آنگاه مقدار آن‌ها برابر با مقادیر جدید به‌دست‌آمده خواهند بود، در غیر این صورت همان مقادیر قبلی نگه‌داشته می‌شوند. همچنین مقدار انحراف معیار با استفاده از رابطه (٧) محاسبه می‌شود.

٨- گام‌های ٤ تا ٧ را ادامه می‌دهیم تا به یک دقت قابل‌قبول دست یابیم.

٩- درنهایت، احتمال خرابی با تقسیم تعداد خرابی‌ها به تعداد کل به دست می‌آید.

در این بخش، چندین مثال عددی به‌منظور نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی ارائه‌شده است.

٥- مثال‌های عددی

٥-١- مثال ١

در اولین مثال، یک تابع حالت حدی ساده با دو متغیر تصادفی به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$G(X_1,X_2) = X_1 - X_2 \quad (٨)$$

که در آن X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی نرمال به ترتیب با مقادیر میانگین ١٠ و ٤ و انحراف معیار ١ و ٠/٤ می‌باشند. الگوریتم پیشنهادی با C=٣ و n=١٠٠ شاخص قابلیت اعتماد و احتمال گسیختگی متناظر را به‌صورت مقابل به دست می‌دهد β=٤/٦١٣١ و P_f=١/٩٨٣٦×١٠$^{-٦}$. در این مثال با C=٠ برخی از تحلیل‌ها مقدار احتمال گسیختگی برابر صفر را خواهند داد که نشان‌دهنده نقش مهم پارامتر C می‌باشد. برای محاسبه شاخص قابلیت اعتماد برای این مثال با شبیه‌سازی مونت‌کارلو با بازه اطمینان برابر با ٩٥٪، نیاز به ١٠^{٩} نمونه می‌باشد. درحالی‌که در الگوریتم پیشنهادی تنها ١٠٠ نمونه نیاز می‌باشد که بیانگر کارایی و قدرت الگوریتم پیشنهادی می‌باشد.

٥-٢- مثال ٢

یک مسئله غیرخطی برای ارزیابی اثر غیرخطی تابع حالت حدی در الگوریتم پیشنهادی در نظر گرفته می‌شود. این مسئله قبلاً در مرجع [٢١] برای نشان دادن خطای خطی شدن تعریف‌شده در قابلیت اعتماد مرتبه اول استفاده‌شده است.

$$G(\underline{X}) = 3 + X_1 - \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{10} x_i^2 \quad (٩)$$

که در آن، X برداری از ١٠ متغیر تصادفی نرمال استاندارد می‌باشد. نتایج احتمال گسیختگی با ٥٠٠ شبیه‌سازی در الگوریتم پیشنهادی به همراه نتایج به‌دست‌آمده بر اساس نمونه‌برداری بااهمیت استاندارد اطراف نقطه طراحی و تقریب مرتبه اول از مرجع [٢١] در جدول (١) ارائه‌شده است.

جدول ١- مقایسه نتایج برای مثال ٢ [٢١]

تقریب مرتبه اول	٠/٠٠١٣٥
نمونه‌برداری بااهمیت استاندارد	٠/١٥١
روش پیشنهادی	٠/١١٠٤
پاسخ دقیق	٠/١١١

٥-٣- مثال ٣

در این مثال قابلیت اطمینان لرزه‌ای یک قاب خمشی فولادی که تحت شتاب‌نگاشت زلزله با مشخصات مندرج در جداول ذیل تحریک‌شده، موردبررسی قرار می‌گیرد.

٥-٣-١- تحلیل قابلیت اطمینان لرزه‌ای

تحلیل قابلیت اطمینان عبور از سطح آستانه سازه برای زمین‌لرزه‌های معین، تحلیل عبور از سطحی است که احتمال تجاوز پاسخ سازه از یک مقدار آستانه تعیین‌شده می‌باشد. ارزش منفی احتمال عبور از سطح آستانه به‌عنوان قابلیت اطمینان عبور از سطح آستانه سازه تعریف‌شده است [۲۲]. در این مثال یک قاب فولادی را با مشخصات عدم قطعیت I، E و A تیر و ستون در نظر بگیرید. تاریخچه زمانی تحریک زلزله در این مسئله به‌صورت تعیینی در نظر گرفته‌شده است. برای تعیین قابلیت اطمینان قاب از تابع حالت حدی زیر استفاده می‌شود:

$$G = \Delta - \Delta_{allowable} \qquad (۱۰)$$

در رابطه بالا، $\Delta_{\text{allowable}}$ مقدار آستانه جابجایی بیشینه در قاب می‌باشد که به‌صورت ۲/۵ درصد ارتفاع محاسبه شده است. این مقدار با توجه به فرض سطح خطر ۱ و ایمنی جانی بر اساس نشریه ۳۶۰ به‌دست‌آمده است. Δ حداکثر پاسخ تاریخچه زمانی سازه است.

۵-۳-۲- انتخاب شتاب‌نگاشت

شتاب‌نگاشت ارائه‌شده در جدول (۲) برای آنالیز دینامیکی با مشخصات ساختگاه نوع ۲ و پهنه‌بندی خطر زیاد در نظر گرفته‌شده است. مشخصات رکورد زلزله: بیشینه شتاب زمین[۵]، مدت‌زمان، محتوی فرکانسی مطابق با طیف طراحی بر اساس پیشنهاد Lestuzzi و همکارانش [۲۳] مقیاس شده است.

در تحلیل تاریخچه زمانی سازه یک درجه آزادی موردنظر با مدل کردن آن در نرم‌افزار متلب و حل آن با روش عددی نیومارک حداکثر پاسخ تاریخچه زمانی سازه به‌عنوان Δ در نظر گرفته می‌شود.

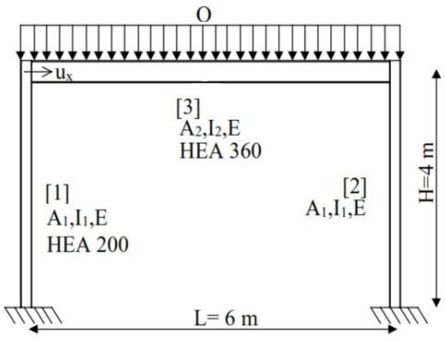
جدول ۲- مشخصات رکورد زلزله [۲۴]

ثبت/مؤلفه	HP (Hz)	LP (Hz)	PGA (g)	PGV (cm/s)	PGD (cm)	بزرگی
ANZA/ RDA045	۰/۶	۴۰	۰/۰۹۷	۶/۷	۰/۵۵	۴/۹

۵-۳-۳- مدل سازه‌ای

نمای قاب خمشی موردمطالعه در این تحقیق در شکل (۲) نشان داده‌شده است.

مشخصات متغیرهای تصادفی این قاب در جدول (۳) به تفضیل ارائه‌شده است. توزیع تابع چگالی احتمال تمام متغیرهای این قاب نرمال در نظر گرفته‌شده است. نتایج تحلیل این الگوریتم پیشنهادی با تعداد نمونه ۵۰۰۰۰ شاخص قابلیت اطمینان ۳/۲۳۶۹ را به دست می‌دهد.



شکل ۲- قاب خمشی فولادی

همان‌طور که در تحلیل‌ها مشاهده شد تغییر در پارامترهای متغیرهای تصادفی باعث عدم همگرایی و رسیدن به پاسخ صفر خواهد شد.

جدول ۳- مشخصات متغیرهای تصادفی قاب خمشی فولادی

نماد (واحد)	توصیف	مقدار اصلی	ضریب تغییرات (٪)
A_1 (m²)	سطح مقطع (HEA200)	$۵۳/۸۳\times۱۰^{-۴}$	۱
I_1 (m⁴)	ممان اینرسی (HEA200)	۳۶۹۲×۱۰^{-۸}	۲
A_2 (m²)	سطح مقطع (HEA360)	$۱۴۲/۸\times۱۰^{-۴}$	۱
I_2 (m⁴)	ممان اینرسی (HEA 360)	۳۳۰۹۰×۱۰^{-۸}	۲
E (N/m²)	مدول الاستیسیته	۲۱۰×۱۰^{۹}	۲
Q (N/m)	بار عمودی	۶۵۰۰۰۰	۸

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با توجه به بررسی الگوریتم پیشنهادی، روش جدید نمونه‌برداری پیشنهادی برای حل هر نوع مسئله قابلیت اطمینان بسیار کارا می‌باشد. استفاده از آن در رشته قابلیت اطمینان، نه‌تنها دارای مزیت سادگی می‌باشد، بلکه همچنین استفاده از آن نیازی به محاسبات مشتق تابع حالت حدی نیز ندارد. زمان محاسباتی زیاد نیست، زیرا تمرکز بر نواحی بااهمیت در فضای متغیر تصادفی می‌باشد.

همان‌طور که در مثال سوم مشاهده می‌شود تعداد نمونه‌های کمتر موردنیاز باعث کاهش زمان تحلیل‌ها و تسریع در رسیدن به پاسخ شده است. با توجه به وابستگی ظرفیت سیستم سازه‌ای به خصوصیات مصالح و ابعاد اعضاء بررسی میزان عدم قطعیت‌های موجود در هر یک از این پارامترها مهم می‌نماید.

۵- مراجع

[1] Ditlevsen, O. and Madson, H.O. (2007), "Structural Reliability Methods", Department of Mechanical Engineering Technical University of Denmark, 2nd Edition.

[2] Kaveh, A., Massoudi, M.S. and Ghanooni-Bagha, M. (2014), "Structural Reliability Analysis Using Charged System Search Algorithm", IJST Transactions of Civil Engineering, Vol. 38, No. C2, pp. 439-448.

[3] Shayanfar, M.A., Barkhordari, M.A. and Ghanooni-Bagha, M. (2015), "Estimation of Corrosion Occurrence in RC Structure Using Reliability Based PSO Optimization", Periodica Polytechnica Civil Engineering, Vol. 59, No. 4, pp. 531-542.

[4] Abdollahzadeh, G.R., Jahani, E. and Kashir, Z. (2016), "Predicting of Compressive Strength of Recycled Aggregate Concrete by Genetic Programing", Computers and Concrete, Vol. 18, No. 2, pp. 155-163.

[5] Jahani, E., Shayanfar, M.A. and Barkhordari, M.A. (2012), "Structural Reliability Based on Genetic Algorithm-Monte Carlo (GAMC)", Advances in Structural Engineering, Vol. 15, No. 12, pp. 419-426.

[6] Amini, F. and Karami, K. (2011), "Capacity Design by Developed Pole Placement Structural Control", Structural Engineering and Mechanics, Vol. 39, No. 1, pp. 147-168.

[7] Jahani, E., Muhanna, R.L., Shayanfar, M.A. and Barkhordari, M.A. (2014), "Reliability Assessment with Fuzzy Random Variables Using Interval Monte Carlo Simulation", Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, Vol. 29, No. 3, pp. 208-220.

[8] Elegbede, C. (2005), "Structural Reliability Assessment Based on Particles Swarm Optimization", Structural Safety, Vol. 27, No. 2, pp. 171-186.

[9] Hammerley, J.M. and Handscomb, D.C. (1964), "Monte Carlo Methods", John Wily & Sons, New York, NY.

[10] Iman, R.L. and Canover, W.J. (1980), "Small Sampling Sensitivity Analysis Technique for Computer Models with an Application to Risk Assessment", Communications in Statistics - Theory and Methods, Vol. 9, No. 17, pp. 1749-1842.

[11] Hwang, N., Reich, M., Ellingwood, B. and Shinozoka, M. (1986), "Reliability Assessment and Probability Based Design of Reinforced Concrete Containments and Shear Walls", Summary Report, NUREG, CR-3957, BLN-NUREG 51956, Upton, New York.

[۱۲] شایانفر، م.ع.، قانونی بقا، م. و جهانی، ا. (۱۳۹٤)، "تئوری قابلیت اعتماد سازه‌ها"، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، چاپ اول.

[۱۳] قانونی بقا، م.، شایانفر، م.ع.، عسگرانی، س. و ذبیحی سامانی، م. (۱۳۹۵)، "تخمین عمر مفید سازه‌های بتن‌آرمه در شرایط دریایی جزر و مدی"، نشریه مهندسی دریا، شماره ٢٤ پاییز و زمستان، ص. ٢٢–١٣.

[14] Hurtado, J.E. and Barbat, A.H. (1997), "Simulation Methods in Stochastic Mechanics", In: Marczyk Journal (ed.) Computational Stochastic Mechanics in a Meta-Computing Perspective, pp. 93-116. Barcelona: CIMNE.

[15] Frangopol, D. (1984), "Interactive Reliability Based Structural Optimization", Computers & Structures, Vol. 19, No. 4, pp. 559-563.

[16] Bucher, C.G. (1988), "Adaptive Sampling - An Iterative Fast Monte Carlo Procedure", Structural Safety, Vol. 5, No. 2, pp.119-126.

[17] Melchers, R.E. (1990), "Search-Based Importance Sampling", Structural Safety, Vol. 9, No. 2, pp.117-128.

[18] Papadrakakis, M. and Nikos Lagaros, D. (2002), "Reliability-Based Structural Optimization Using Neural Networks and Monte Carlo Simulation", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, No. 32, pp.3491-3507.

[19] Maes, M.A., Breitung, K. and Dupuis, D.J. (1993), "Asymptotic Importance Sampling", Structural Safety, Vol. 12, No. 3, pp.167-186.

[20] Hasofer, A.M. and Lind, N.C. (1974), "Exact and Invariant Second Moment Code Format", Engineering Mechanics Division, Vol. 100, No. 1, pp.111-121.

[21] Madson, H.O., Krenk, S. and Lind, N.C. (1986), "Methods of Structural Safety", Prentice-Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.

[٢٢] مهجور لطف آبادی، م. (۱۳۹٤)، "تعیین قابلیت اطمینان در بارگذاری لرزه‌ای قاب‌های خمشی فولادی با استفاده از تکنیک مونت‌کارلو"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، موسسه آموزش عالی علوم و فناوری آریان.

[23] Ghodrati Amiri, G. and Hamidi Jamnani, H. (2009), "The Effect of Analysis Methods on the Response of Steel Dual-System Frame Buildings for Seismic Retrofitting", International Journal of Engineering, Vol. 22, No. 4, pp. 317-331.

[٢٤] مهجور لطف آبادی، م.، جهانی، ا.، حمیدی جمنانی، ح. (۱۳۹۳)، "تعیین قابلیت اطمینان قاب خمشی فولادی در برابر تحریک زلزله"، دومین کنگره بین‌المللی سازه، معماری و توسعه شهری، تبریز.

پی نوشت

[1] Roulette wheel

[2] Statistical trial method

[3] Variance reduction

[4] Inverse Transform Method

[5] PGA