

# پایش سلامت سازه‌ها و شناسایی آسیب در آن‌ها توسط روش تبدیل موجک

سید محمدرضا مرتضوی<sup>۱\*</sup>، بهروز زعیم دار<sup>۲</sup>

۱- استادیار، مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

۲- کارشناس ارشد سازه، مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۶۷۸۸۱۵۸۱۱، [mortazavi@sru.ac.ir](mailto:mortazavi@sru.ac.ir)

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۷/۰۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۰۶)

## چکیده

تبدیل موجک یک روش مفید و جدید برای تحلیل سیگنال‌هاست. توابع موجک، ترکیبی از یک سری توابع اساسی هستند که قادر به تفکیک یک سیگنال در زمان و فرکانس می‌باشند. بنابراین، تبدیل‌های موجک قادرند بسیاری از جنبه‌های ناشناخته اطلاعات را که دیگر روش‌های تحلیل سیگنال (از جمله تبدیل فوریه) نمی‌توانستند آشکار کنند، موجب تشخیص و آشکارسازی قرار دهند. در این مقاله به معرفی یک روش غیرمخرب، کارآمد و دقیق مبتنی بر تبدیل موجک برای شناسایی آسیب در سازه‌ها پرداخته شده است. روش پیشنهادی بر پایه تحلیل سیگنال پاسخ سازه‌های آسیب دیده است. ایده اصلی آن است که با اعمال تبدیل موجک بر روی سیگنال پاسخ سازه، از روی ضرایب موجک بدست آمده، محل آسیب در سازه مشخص گردد. بدین منظور تحلیل سازه توسط نرم‌افزار ABAQUS صورت گرفته، پاسخ (تغییر مکان) سازه در امتداد محور طولی آن استخراج گشته و سپس بر روی این پاسخ تبدیل موجک از طریق جعبه‌ابزار موجک نرم‌افزار MATLAB اعمال گشته و شناسایی آسیب در سازه مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج تحلیل موجک نشان می‌دهد که گراف‌های ضرایب موجک در نزدیکی محل آسیب افزایش قابل توجهی دارند. یک تغییر ناگهانی یا پیک در گراف ضرایب موجک می‌تواند موقعیت ترک را شناسایی کند. بر پایه نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌ها، به نظر می‌رسد روش تبدیل موجک می‌تواند یک جایگزین مناسب برای روش‌های کلاسیک شناسایی آسیب سازه‌ای مانند تبدیل فوریه باشد.

## واژگان کلیدی

موجک، پایش سلامت سازه، شناسایی آسیب، پردازش سیگنال، روش‌های غیرمخرب

## Structural health monitoring and damage detection of structures by wavelet-based method

S.M.R. Mortazavi, B. Zaeimdar

### Abstract

Wavelet transform is a new and useful method for signal analysis. Wavelet function is a composition of basic functions which can separate a signal in time and frequency. Therefore, wavelet transforms are capable of detecting many of unknown aspects of information which can not be detected through other methods. A wavelet-based nondestructive method for damage detection in structures that is effective and accurate is presented in this text. The proposed method is based on the analysis of the response signal of damaged structures. The main idea is to extract the damage location from the coefficients of the wavelet transform applying on the signals coming from the structural responses. After analysis of the structure by ABAQUS software, displacement response of structure was extracted along its longitudinal axis. Afterwards, the response was used for the wavelet analysis by the wavelet toolbox of the MATLAB software and the detection of damage in the structures was investigated. The results of wavelet analysis showed that the wavelet coefficients plots have considerable rise at or around the damage location. A sudden change or peak on the wavelet coefficients plot can indicate the location of a crack. Based on the obtained simulation results, it appears that this method can provide an advantageous alternative to classical methods for structural damage detection, such as Fourier transform.

### Keywords

Wavelet, Structural health monitoring, Damage detection, Signal processing, Nondestructive methods

آسیب‌دیده استخراج می‌گردد که منجر به ترسیم منحنی‌های مربوطه می‌شود. سپس منحنی بدست آمده به صورت یک سیگنال فرض می‌گردد و تابع مویک مادر مناسبی انتخاب شده و تبدیل مویک توسط نرم‌افزار برنامه‌نویسی MATLAB بر روی آن اعمال می‌شود [۶]. با توجه به تعریف ریاضی تبدیل مویک، وجود تغییر ناگهانی و یا یک پیک در ضرایب ویولت می‌تواند نشانگر محل ترک و یا تغییرات در مشخصات مکانیکی سازه باشد.

## ۲- مبانی ریاضی تبدیل مویک

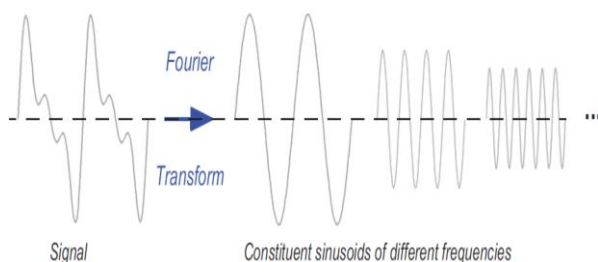
تبدیل فوریه (نامیده شده به اسم ریاضیدان فرانسوی ژوزف فوریه) یک تبدیل انتگرالی است که هر تابع  $f(t)$  را به یک تابع دیگر  $F(\omega)$  منعکس می‌کند. در این صورت، به  $F(\omega)$  تبدیل فوریه تابع  $f(t)$  می‌گویند. حالت خاص تبدیل فوریه، سری فوریه نام دارد و آن زمانی کاربرد دارد که تابع  $f(t)$  متناوب باشد، یعنی به عبارت دیگر رابطه  $f(t+T) = f(t)$  برقرار باشد. چنانچه تابع متناوب نباشد و یا به عبارتی تناوب آن برابر بی‌نهایت باشد ( $T \rightarrow \infty$ )، از سری فوریه عبارت زیر بدست می‌آید که تبدیل فوریه نامیده می‌شود [۷].

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

تبدیل فوریه معکوس نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2)$$

ژوزف فوریه ریاضیدان فرانسوی نشان داد که هر تابع پریودیک می‌تواند به فرم مجموعه‌ای نامتناهی از توابع نمایی مختلط پریودیک بیان شود (شکل (۱)).



شکل ۱- نمایش یک سیگنال به صورت سینوسی‌هایی حاوی فرکانس‌های مختلف

سال‌ها بعد از این یافته علمی مهم، ایده وی به توابع غیر پریودیک نیز بسط داده شد. در قرن بیستم، الگوریتم

رویکرد نظارت بر شرایط سازه در دهه‌های اخیر اصطلاحاً پایش سلامت سازه‌ای (Structural Health Monitoring) نام گرفته است. روش‌های پایش سلامت سازه‌ها (SHM) موضوع تحقیقات پر دامنه‌ای است که تاکنون انجام شده است. در سال‌های اخیر نیز برای توسعه سیستم‌های قابل اعتماد و بهینه SHM کوشش‌های فراوانی شده است [۱]. به طور کلی، SHM به صورت زیر تعریف می‌شود: گردآوری، ارزشیابی و تحلیل اطلاعات تکنیکی به منظور تسهیل در تصمیم‌گیری‌های مدیریتی در طول عمر سازه. به طور کلی تمامی روش‌های SHM نیازمند اندازه‌گیری کمیت‌های خاصی از پاسخ سازه است که به نوبه خود برای پیش‌بینی وضعیت سازه بکار می‌روند. پارامترهایی که به طور معمول در SHM و روش‌های تشخیص آسیب بکار می‌روند عبارتند از پاسخ‌های استاتیکی (تغییر شکل یا خیز سازه) و پاسخ‌های دینامیکی سازه (فرکانس سازه، شکل مود ارتعاشی، نسبت میرایی، سرعت یا شتاب نقاط و ...). پس از اندازه‌گیری پارامترهای فوق و جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز، بسته به نوع هدفی که دنبال می‌شود روی داده‌ها تحلیل‌های متنوعی از جمله تبدیل فوریه و تبدیل مویک می‌تواند انجام گیرد [۲].

تبدیل مویک یک روش مفید و جدید برای تحلیل سیگنال‌هاست. توابع مویک، ترکیبی از یک سری توابع اساسی هستند که قادر به تفکیک یک سیگنال در زمان (یا مکان) و فرکانس (یا مقیاس) می‌باشند. بنابراین، تبدیل‌های مویک قادرند بسیاری از جنبه‌های ناشناخته اطلاعات را که دیگر روش‌های تحلیل سیگنال (از جمله تبدیل فوریه) نمی‌توانستند آشکار کنند، موجب تشخیص و آشکارسازی قرار دهند [۳]. هدف از پژوهش حاضر بکارگیری روش تبدیل مویک به منظور شناسایی آسیب در المان‌های سازه‌ای است. با توجه به اینکه روش تحلیل بر پایه تبدیل مویک قابلیت شناسایی تغییرات ناگهانی، نقاط شکست و یا ناپیوستگی در سیگنال‌ها را دارد، اگر منحنی شکل مودی یا خیز استاتیکی یک سازه را به عنوان یک سیگنال فرض کنیم، می‌توان تبدیل مویک را بر روی این سیگنال اعمال کرد [۴ و ۵]. بدین ترتیب وجود تغییرات ناگهانی و یا یک پیک در ضرایب ویولت می‌تواند نشانگر محل ترک و یا تغییرات در مشخصات مکانیکی سازه باشد. بدین منظور مطالعه بر روی المان‌های سازه‌ای دارای آسیب صورت می‌پذیرد. ابتدا توسط نرم‌افزار اجزا محدود ABAQUS، سازه آسیب‌دیده مدل‌سازی شده و پس از اعمال بارگذاری و تحلیل آن، تغییر شکل استاتیکی المان سازه‌ای

پرهیز شده است.

تابع موجک، تابعی است که دو ویژگی مهم را دارا باشد؛ نوسانی بودن و کوتاه بودن. اگر  $\psi(x)$  تابع موجک باشد آنگاه تبدیل فوریه آن که با  $\Psi(x)$  نمایش داده می‌شود باید شرط زیر را ارضا کند:

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < +\infty \quad (3)$$

این شرط با عنوان شرط پذیرفتگی برای موجک  $\psi(x)$  شناخته می‌شود. رابطه فوق را می‌توان معادل با فرمول زیر دانست (به عبارت دیگر برای اینکه موجک شرط بالا را داشته باشد، باید معادله زیر برقرار باشد):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0 \quad (4)$$

$\psi(x)$  تابع موجک مادر است که توابع مورد استفاده در تحلیل با دو عمل ریاضی انتقال و مقیاس در طول سیگنال مورد تحلیل، تغییر اندازه و محل می‌یابند (رابطه (5)).

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-a}{a}\right) \quad (5)$$

در نهایت ضرایب موجک در هر نقطه از سیگنال ( $b$ ) و برای هر مقدار از مقیاس ( $a$ ) با رابطه (6) قابل محاسبه است [7]:

$$CWT_{f,\psi}(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-a}{a}\right) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_{a,b} dx \quad (6)$$

چنانچه در رابطه (6) مشاهده می‌شود، سیگنال تبدیل یافته تابعی از دو متغیر  $a$  و  $b$  می‌باشد.  $b$  پارامتر انتقال و  $a$  پارامتر مقیاس است. حاصل این فرمول به ازای هر  $a$  و  $b$  معین، مقداری به دست می‌دهد که ضرایب پیوسته موجک نامیده می‌شود.

در پردازش سیگنال از فرم دیگری از تبدیل موجک با نام تبدیل موجک گسسته نیز استفاده می‌شود. بر خلاف تبدیل موجک پیوسته که در آن پارامترهای مقیاس و انتقال به صورت پیوسته تغییر می‌کنند، در تبدیل موجک گسسته پارامترهای انتقال و مقیاس به طور غیر پیوسته انتخاب می‌شوند، به طوری که:

$$a = 2^{-j}, \quad b = 2^{-j}k \quad (7)$$

که در آن  $j$  و  $k$  اعداد صحیح هستند. در نتیجه با جایگذاری مقادیر فوق به جای  $a$  و  $b$  در رابطه (5) خواهیم داشت:

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - k) \quad (8)$$

جدیدی موسوم به تبدیل سریع فوریه (STFT) ارائه شد که باعث کارآمدی بیشتر تبدیل فوریه گشت. در حقیقت تبدیل فوریه یک تکنیک ریاضی (نگاشت) برای تغییر دیدگاه ما از سیگنال بر پایه زمان (Time-based) به سیگنال بر پایه فرکانس (Frequency-based) است. این موضوع در شکل (2) نشان داده شده است.



شکل ۲- تبدیل فوریه، یک تکنیک ریاضی (نگاشت) برای تغییر دیدگاه ما از سیگنال بر پایه زمان به سیگنال بر پایه فرکانس

نظریه فوریه تصویری بهتر از تجزیه توابع به دنیای ریاضی ارائه کرد و مدت‌ها هم یک‌تاز میدان تجزیه داده‌ها در دنیای علم بود. اما در همان سال‌ها تحقیقات وسیعی درباره همگرایی سری فوریه و پایه‌های متعامد برای توابع انجام شد و همان‌طور که اشاره خواهیم کرد، خواهیم دید از همین‌جا کم‌کم ناتوانی تبدیل فوریه در تجزیه سیگنال‌ها آشکار شد و بدین ترتیب تحلیل مقیاسی جای تحلیل فرکانسی را گرفت. تحلیل مقیاسی به این صورت انجام می‌گرفت که یک تابع ساده را به عنوان موجک پایه در نظر گرفته و سعی می‌کرد با فشردن و کشیدن نمودار تابع در جهت طول‌ها و عرض‌های مشابه اجزاء مختلف سیگنال را بسازد. حداقل برتری این روش این است که نسبت به نویز از حساسیت کمتری برخوردار است چون به طور میانگین شباهت موجک پایه را در مقیاس‌های مختلف با اجزاء سیگنال اندازه می‌گیرد.

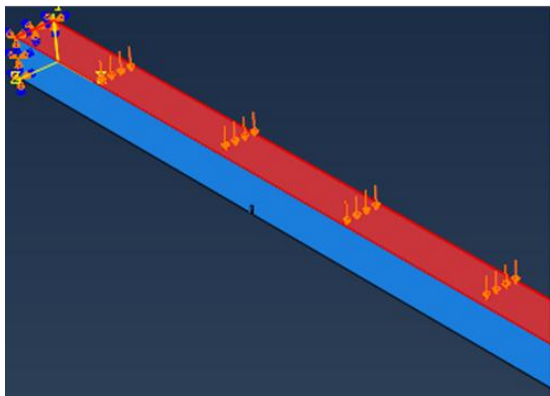
تبدیل موجک یک نگاشت است که به کمک آن می‌توان اطلاعات نهان در یک سیگنال را آشکار کرد. تبدیل موجک یک تبدیل ریاضی است که چنانچه بر تابع (سیگنال) دلخواهی مثل  $f(t)$  عمل کند، نقاط گسستگی و یا محل تغییر شیب‌های ناگهانی آن تابع (سیگنال) را هرچقدر هم که کوچک و نامشهود باشند، به نحو بارز و چشم‌گیری تقویت و بزرگنمایی می‌کند به صورتی که با یک واریسی ساده، می‌توان محل این ناپیوستگی‌ها را شناسایی کرد. در این محث تنها به ذکر مطالب اساسی از نظریه‌های ریاضی که در ادامه کار نیازمند آن هستیم اکتفا شده و از پرداختن به اثبات قضایای ریاضی و موضوعات غیرضروری

نسبت پواسون	$\nu$	۰/۳	---
-------------	-------	-----	-----

### ۳-۲- تحلیل استاتیکی تیر

تیر نشان داده شده در شکل (۳) در راستای طولی خود به ۳۰۰ المان محدود تقسیم شده و ترکی در فاصله  $\frac{L}{4}$  از تکیه‌گاه چپ (منطبق بر گره شماره ۷۶) به عرض ۶ mm و عمق ۲۰ mm در تیر تعبیه می‌شود. بار گسترده یکنواخت به شدت  $2000 \text{ kN/m}^2$  بر روی سطح فوقانی تیر اعمال می‌شود. مشخصات هندسی و مکانیکی تیر مانند جدول (۱) در نظر گرفته شده است. در این مرحله تیر را با شرایط ذکر شده، در نرم‌افزار اجزاء محدود ABAQUS مدل‌سازی می‌کنیم. علت انتخاب سیگنال استاتیکی (خیز استاتیکی یک تیر) آن است که در واقعیت و پیاده‌سازی در ابعاد واقعی، تهیه یک سیگنال استاتیکی در مقایسه با یک سیگنال دینامیکی (به عنوان مثال شکل مود یک تیر) بسیار ساده و کم هزینه‌تر از تهیه پاسخ‌های دینامیکی آن است.

شکل (۴) مدل ترسیم شده و بارگذاری شده و شکل (۵) کانتور تغییر شکل تیر دو سر گیردار تحت بار مفروض را نمایش می‌دهد. کانتور تغییر مکان در این شکل به صورت گرافیکی نمایش داده شده است. با توجه به اینکه مقادیر طول را به هنگام مدل‌سازی بر حسب میلی‌متر وارد کردیم، تغییر مکان نقاط نیز بر حسب میلی‌متر بدست خواهد آمد. ذکر این مطلب نیز خالی از لطف نیست که در این شکل تغییر فرمی که مشاهده می‌شود به ظاهر غیرقابل انتظار است که این امر بدان علت است که تغییر فرم مذکور با مقیاس بسیار بزرگ ( $11/68$ ) برابر حالت عادی) نمایش داده شده است که این امر به منظور درک بهتر خواننده از حالت تغییر شکل تیر است.



شکل ۴- مدل سازی تیر در نرم افزار ABAQUS

با تعریف یک Path در ABAQUS، گره‌های نقاط وجه

با ساده‌سازی روابط فوق در نهایت تبدیل موجک گسسته

سیگنال  $f(x)$  از رابطه (۹) بدست خواهد آمد [۷]:

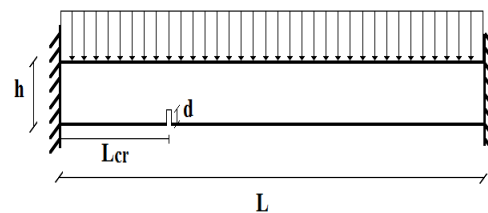
$$C_{f,\psi}(j, k) = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi(2^{-j}x - k) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_{j,k}(x) dx \quad (9)$$

### ۳- شناسایی آسیب در سازه

تبدیل‌های موجک قابلیت استخراج ویژگی‌هایی از سیگنال‌ها را دارند که در حالت عادی در خود سیگنال قابل مشاهده نیست. در این بخش نشان داده می‌شود که سیگنال پاسخ استاتیکی یک سازه آسیب‌دیده (مانند تیر) حاوی اطلاعات کافی برای شناسایی آسیب مورد نظر است. سیگنال پاسخ استاتیکی تیر که از روش اجزاء محدود با بکارگیری نرم‌افزار ABAQUS محاسبه می‌شود توسط روش تبدیل موجک گسسته تحلیل شده و بدین ترتیب از روی گراف بدست آمده از تبدیل موجک، محل آسیب شناسایی می‌گردد.

### ۳-۱- شناسایی آسیب در تیر دو سر گیردار

در این بخش روش تبدیل موجک را روی سیگنال پاسخ یک تیر با دو تکیه‌گاه گیردار که تحت بارگذاری استاتیکی قرار دارد پیاده می‌کنیم. تیر مورد نظر به صورت شماتیک در شکل (۳) نشان داده شده است و مشخصات هندسی و مکانیکی آن در جدول (۱) قابل مشاهده است.



شکل ۳- نمایش تیر دو سرگیردار دارای ترک به صورت شماتیک

جدول ۱- مشخصات هندسی تیر

مشخصات هندسی	نماد	مقدار	دیمانسیون
طول	$L$	۳۰۰۰	mm
عرض	$w$	۱۰۰	mm
ارتفاع	$h$	۱۰۰	mm
مدول الاستیسیته	$E$	۲۰۰	GPa
چگالی	$\rho$	۷۸۶۰	kg/m <sup>3</sup>



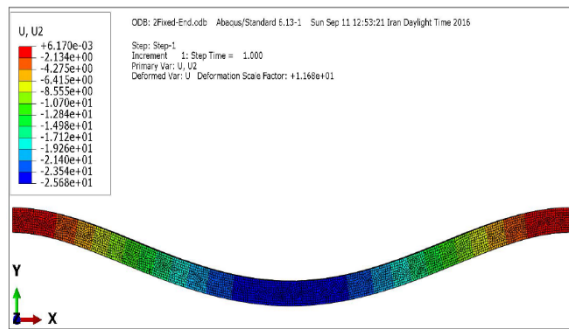
روش تبدیل موجک (که در فصل دوم به صورت مبسوط شرح داده شد) می‌توان از روی همین نمودار ساده، محل آسیب را با دقت بسیار بالا مشخص کرد. بدین منظور به سراغ جعبه‌ابزار موجک از نرم‌افزار MATLAB می‌رویم.

**۳-۳- اعمال تبدیل موجک روی سیگنال پاسخ استاتیکی تیر**  
 در این بخش از ابزار تبدیل موجک برای شناسایی آسیب از روی منحنی پاسخ تیر استفاده می‌کنیم. به عبارت دیگر منحنی پاسخ استاتیکی تیر (شکل (۷)) را یک سیگنال فرض کرده و با بهره‌گیری از جعبه‌ابزار موجک در نرم‌افزار MATLAB، سیگنال را مورد پردازش قرار داده و روی آن تبدیل موجک را انجام می‌دهیم. در ادامه خواهیم دید با توجه به ویژگی‌های بیان شده درباره تبدیل موجک، محل‌هایی که بیشینه قدر مطلق ضرایب موجک مشاهده می‌شود ناپیوستگی‌های سیگنال مشخص خواهند شد. تغییرات ناگهانی (وجود یک پیک) در نمودار توزیع ضرایب موجک نشانگر وجود یک اختلال در آن ناحیه از سیگنال است. این اختلال می‌تواند محل آسیب را مشخص کند. البته به علت ناپیوستگی سیگنال در تکیه‌گاه‌ها، اختلال در این نقاط نیز مشاهده خواهد شد. حال اگر اختلال مشاهده شده در ضرایب موجک ناشی از یک عامل شناخته شده (به‌عنوان مثال اختلال ناشی از ناپیوستگی‌های هندسی ایجاد شده در تکیه‌گاه) نباشد، در آن صورت باید به وجود ترک در آن ناحیه از تیر حساس شد.

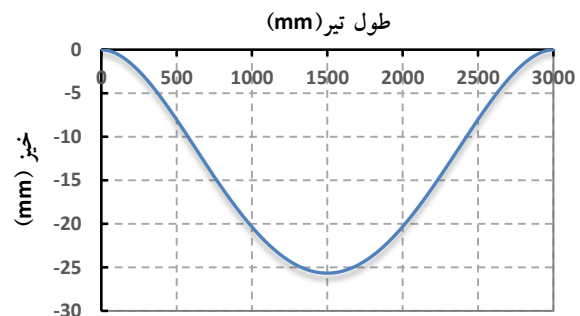
موجک‌های مادر متنوعی جهت استفاده در تحلیل موجک موجود هستند و انتخاب نوع موجک مناسب در رسیدن به نتایج مطلوب تاثیر به‌سزایی دارد. به‌طور کلی فرآیند انتخاب موجک مناسب با سعی و خطا صورت می‌گیرد اگرچه با توجه به نوع سیگنال مورد بررسی، شکل تابع موجک و خاصیت لنگرهای محو‌شونده آن، می‌توان بعضی موجک‌ها که احتمال رسیدن به جواب آن‌ها بالاتر است را شناسایی کرد. سعی نگارنده بر آن بوده تا با استفاده از فرآیند سعی و خطا و همچنین مطالعات گسترده‌ای که در کارهای پیشین داشته مناسب‌ترین موجک‌هایی که منجر به جواب‌های مطلوب می‌شوند را در تحلیل‌ها استفاده کند. به‌منظور ایجاز سخن از آوردن نتایج همه موجک‌هایی که برای تحلیل مناسب نبوده‌اند صرف نظر شده است و فقط جهت مقایسه به چند مورد اشاره و اکتفا شده است.

**۳-۳-۱- استفاده از موجک‌های خانواده دایچیز**  
 در این بخش از خانواده توابع موجک دایچیز [۸] برای اعمال تبدیل موجک گسسته بر روی خیز استاتیکی تیر که در بخش

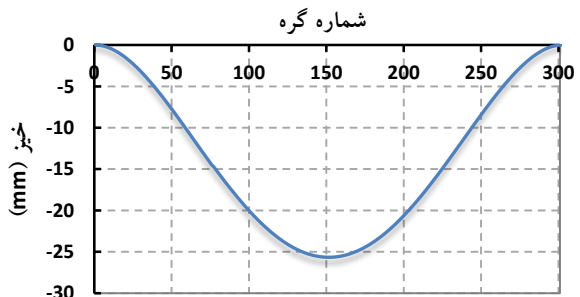
تحتانی تیر را انتخاب می‌کنیم و نمودار تغییر شکل تیر از روی جابجایی این نقاط را ترسیم می‌کنیم که این موضوع در شکل (۶) نمایش داده شده است. در این شکل محور عمودی نمایانگر خیز تیر (تغییر مکان در راستای قائم) و محور افقی امتداد طول تیر را نشان می‌دهد. شکل (۷) نیز همانند شکل (۶) خیز تیر در راستای طول آن را نشان می‌دهد با این تفاوت که محور افقی آن شماره گره‌ها را نمایش می‌دهد.



شکل ۵- نمودار تغییر شکل تیر دو سر گیردار پس از تحلیل



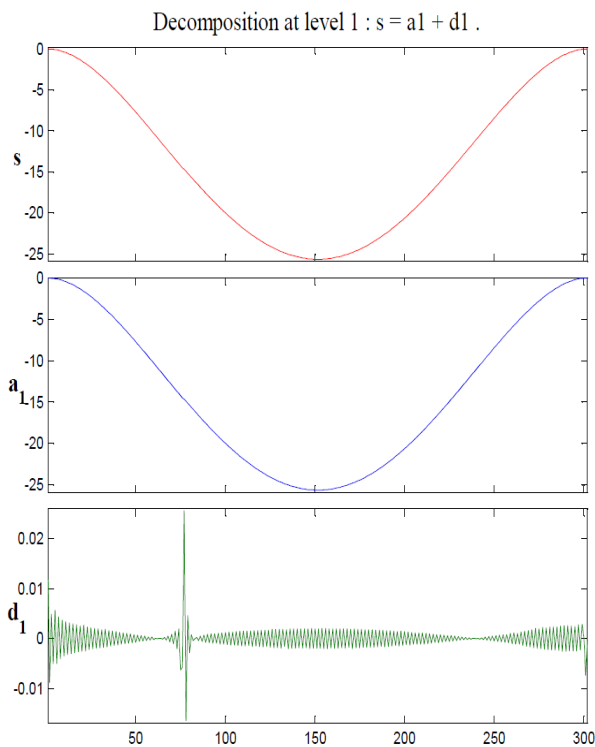
شکل ۶- نمودار تغییر شکل تیر دو سر گیردار پس از تحلیل



شکل ۷- نمودار تغییر شکل (خیز) تیر بر حسب شماره گره‌ها

همان‌گونه که در شکل (۶) و (۷) نیز مشاهده می‌شود، در محل وجود ترک تغییری در نمودار خیز تیر دیده نمی‌شود و منحنی ظاهراً یکنواخت است اما در ادامه خواهیم دید توسط

یک پیک) در نمودار توزیع ضرایب موجک نشانگر وجود یک اختلال در آن ناحیه از سیگنال است.



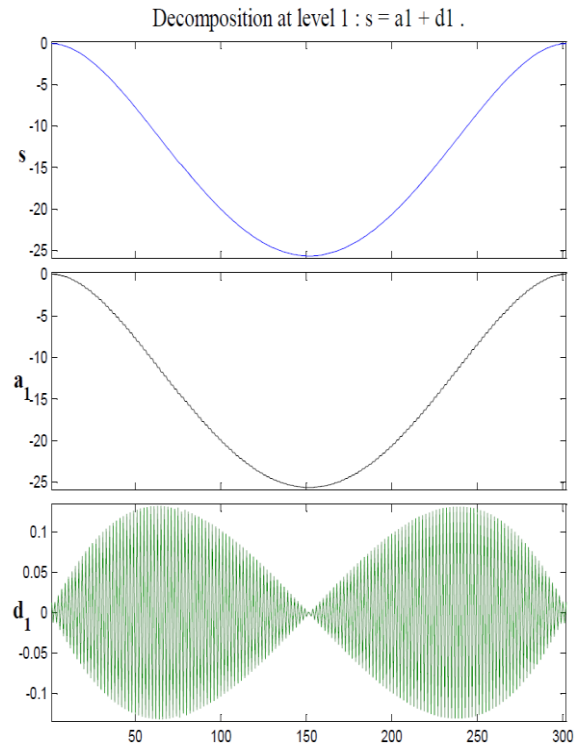
شکل ۹- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db2

با توجه به اینکه طول سیگنال مورد بررسی محدود است ولی در رابطه تبدیل موجک، انتگرال‌گیری از بازه  $(-\infty$  و  $+\infty)$  انجام می‌شود لذا در محل تکیه‌گاه‌ها نیز شاهد افزایش ضرایب موجک هستیم که این امر طبیعی است و در صورت لزوم می‌توان با راهکارهایی (به عنوان مثال افزایش طول سیگنال به صورت برون‌یابی) این اثرات را از محدوده مورد بررسی خارج کرد. نکته دیگری که در شکل (۹) به چشم می‌خورد وجود نویز در ضرایب موجک است که در ادامه خواهیم دید با انتخاب موجک‌های مناسب‌تر این نویزها به حداقل خود خواهند رسید.

با توجه به اینکه جزء تقریب (Approximation) سیگنال در تحلیل‌ها تفاوت چندانی با هم نمی‌کند و برای ما هم استفاده‌ای به دنبال ندارد و آنچه (یافتن محل آسیب) که ما در جستجوی آن هستیم جزو فرکانسی بالا و در جزئیات سیگنال (Details) یافت می‌شود، در تصاویر آتی که از تحلیل‌های دیگر گذاشته شده فقط سیگنال جزئیات ترسیم شده و از تکرار شکل تقریب سیگنال (Approximate) اجتناب به عمل آمده است. در ادامه نتایج تحلیل توسط سایر موجک‌های خانواده دابچیز در شکل‌های (۱۰) تا (۱۷) آورده شده است.



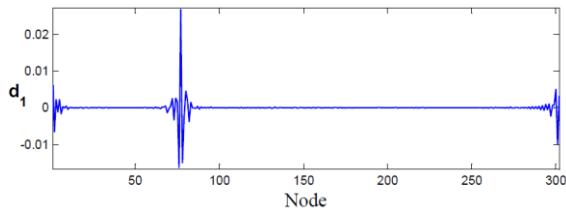
گذشته بدست آمد استفاده می‌شود. شکل (۸) تبدیل موجک گسسته را با استفاده از موجک آنالیزر db1 بیان می‌کند. همان‌طور که در شکل مشخص است سیگنال خیز تیر به دو بخش Approximate(a1) و Detail (d1) تجزیه شده است و از روی این شکل محلی برای وجود ترک احساس نمی‌شود و نتیجه آنکه این موجک برای تحلیل مناسب نبوده و صرفاً برای این بیان شد تا خواننده درک بهتری از اهمیت انتخاب موجک مناسب برای تحلیل داشته باشد.



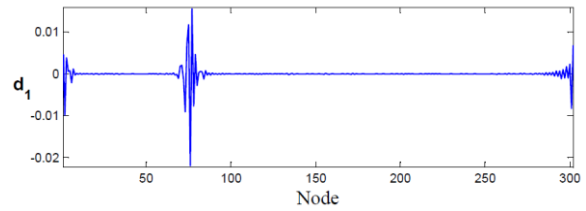
شکل ۸- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db1

در شکل (۹) موجک آنالیزر db2 برای اعمال تبدیل موجک گسسته بر روی خیز تیر استفاده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود سیگنال خیز تیر به دو بخش تقریب (a1) و جزئیات (d1) تفکیک شده است. با توجه به اینکه یک ترک همیشه جزو فرکانسی بالا است لذا همواره باید در ضرایب جزئیات به دنبال آن بود. همان‌طور که در شکل (۹) مشاهده می‌کنید در بخش جزئیات (d1) محل ترک به خوبی قابل مشاهده است.

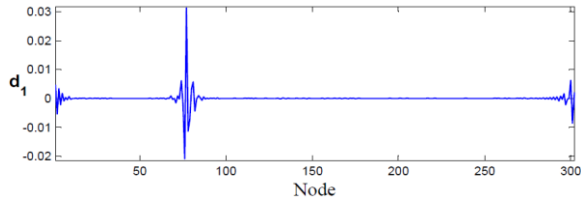
همان‌طور که قبلاً گفته شد محل‌هایی که بیشینه قدر مطلق ضرایب موجک مشاهده می‌شود ناپیوستگی‌های سیگنال مشخص خواهند شد. به عبارت دیگر تغییرات ناگهانی (وجود



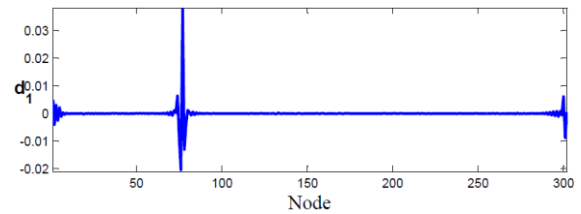
شکل ۱۶- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db9



شکل ۱۰- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db3

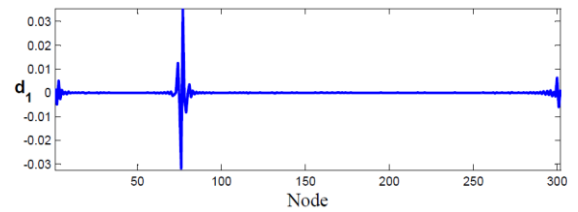


شکل ۱۷- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db10

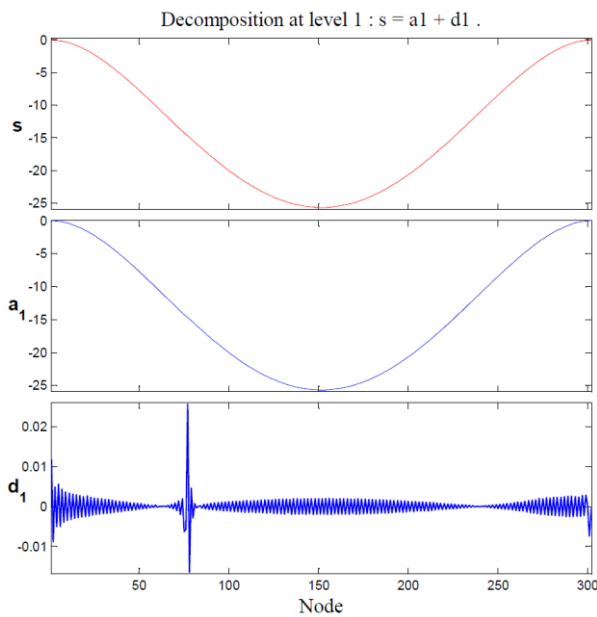


شکل ۱۱- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db4

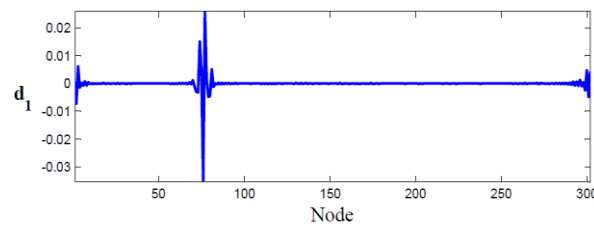
۳-۳-۲- استفاده از موجک‌های خانواده سیملت  
در این بخش از خانواده توابع موجک سیملت [۹] برای اعمال تبدیل موجک گسسته بر روی خیز استاتیکی تیر که در بخش گذشته بدست آمد استفاده می‌شود (شکل‌های (۱۸) تا (۲۴)).



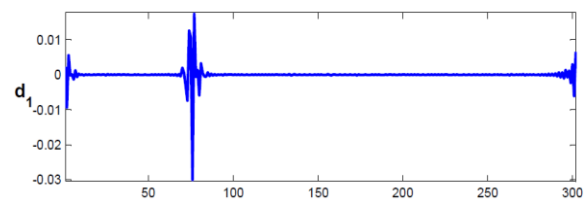
شکل ۱۲- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db5



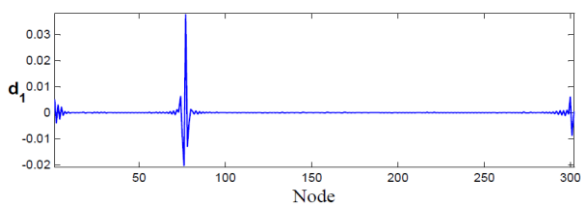
شکل ۱۸- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک sym2



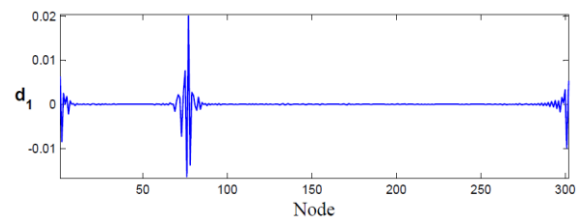
شکل ۱۳- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db6



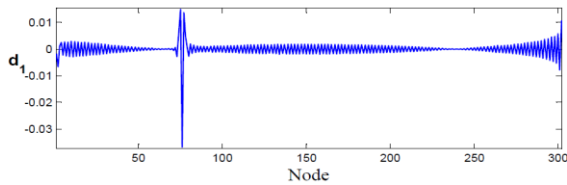
شکل ۱۴- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db7



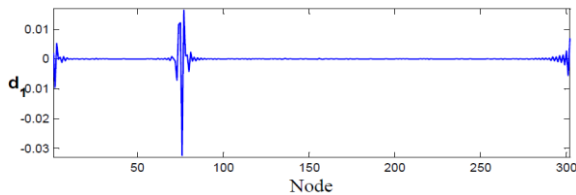
شکل ۱۹- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک sym3



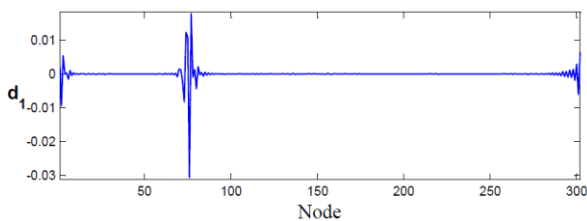
شکل ۱۵- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک db8



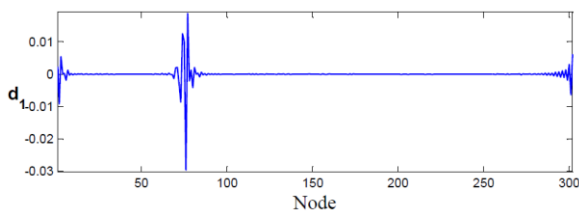
شکل ۲۵- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک coif1



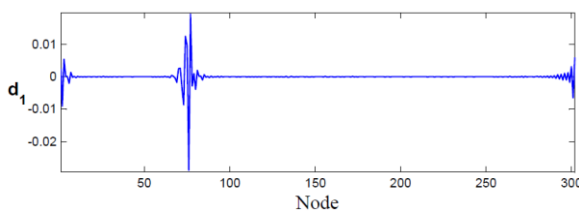
شکل ۲۶- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک coif2



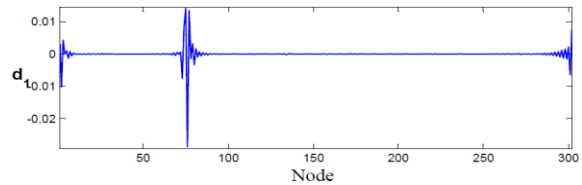
شکل ۲۷- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک coif3



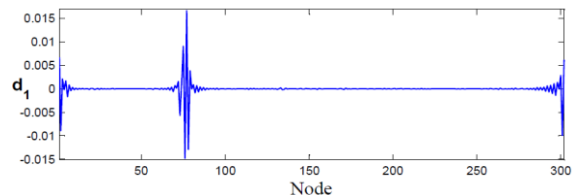
شکل ۲۸- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک coif4



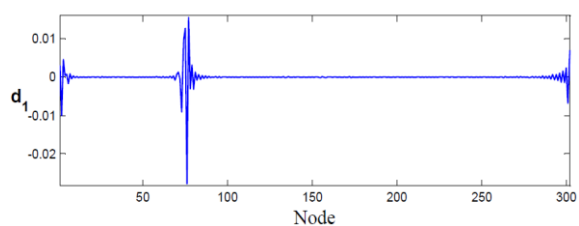
شکل ۲۹- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک coif5



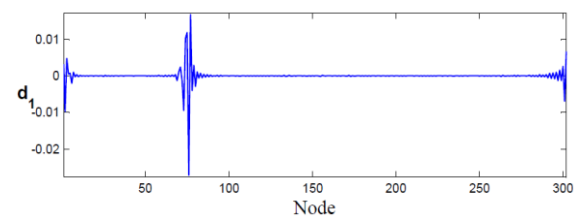
شکل ۲۰- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک sym4



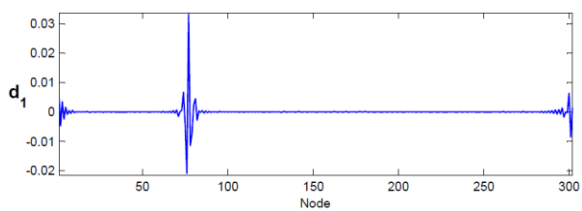
شکل ۲۱- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک sym5



شکل ۲۲- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک sym6



شکل ۲۳- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک sym7



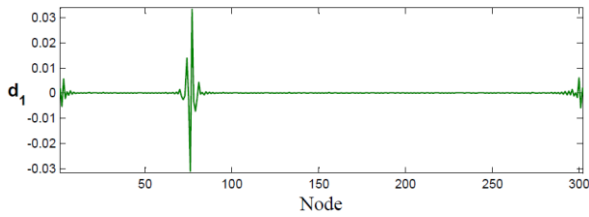
شکل ۲۴- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک sym8

### ۳-۳-۴- استفاده از موجک‌های خانواده Biorthogonal

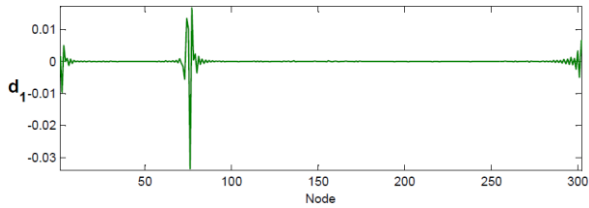
در این بخش از خانواده توابع موجک Biorthogonal [۱۱] برای اعمال تبدیل موجک گسسته بر روی خیز استاتیکی تیر که در بخش گذشته بدست آمد استفاده می‌شود (شکل‌های (۳۰) تا (۳۷)).

### ۳-۳-۳- استفاده از موجک‌های خانواده کویفلت

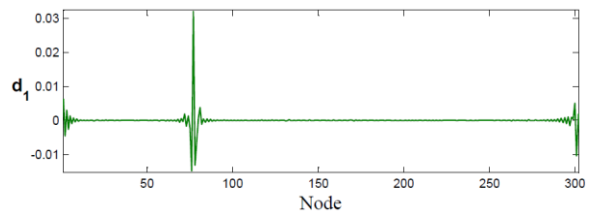
در این بخش از خانواده توابع موجک کویفلت [۱۰] برای اعمال تبدیل موجک گسسته بر روی خیز استاتیکی تیر که در بخش گذشته بدست آمد استفاده می‌شود (شکل‌های (۲۵) تا (۲۹)).



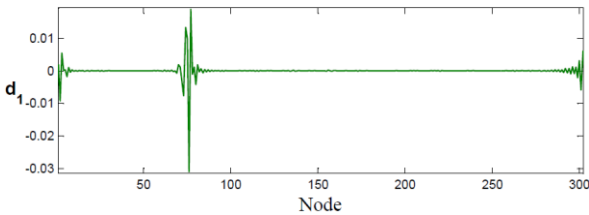
شکل ۳۵- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior3.9



شکل ۳۶- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior4.4



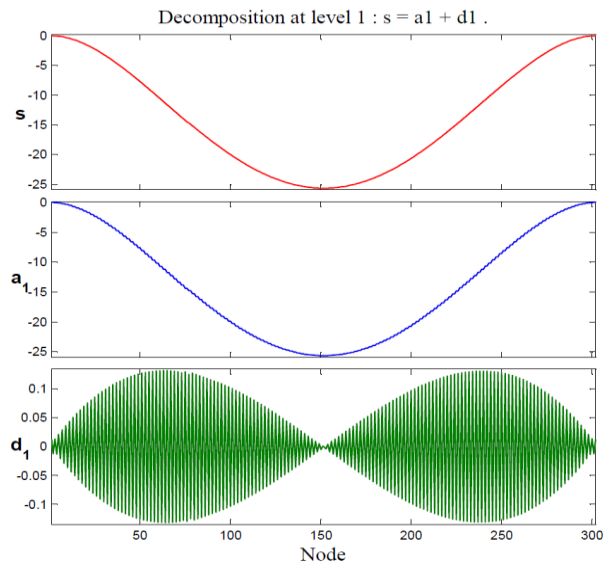
شکل ۳۷- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior5.5



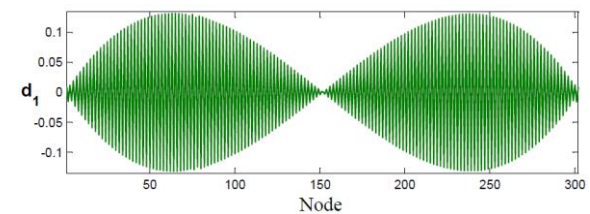
شکل ۳۸- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior6.8

#### ۶- نتیجه گیری

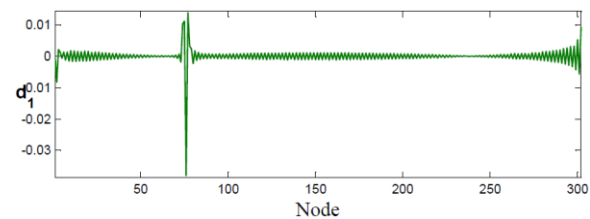
تبدیل‌های موجک قادرند بسیاری از جنبه‌های ناشناخته اطلاعات را که دیگر روش‌های تحلیل سیگنال (از جمله تبدیل فوریه) نمی‌توانستند آشکار کنند، موجب تشخیص و آشکارسازی قرار دهند. تبدیل موجک از ابزارهای قدرتمند تشخیص ترک به شمار می‌آید که می‌تواند در مسائل مهندسی کاربردهای فراوانی داشته باشد. قابلیت این روش در تشخیص ناپیوستگی‌ها نمایان است که از روی گراف ضرایب موجک به صورت اغتشاش قابل تشخیص است. با توجه به ویژگی‌های بیان شده درباره تبدیل موجک، محلهایی که بیشینه قدر مطلق ضرایب موجک مشاهده می‌شود ناپیوستگی‌های سیگنال مشخص خواهند شد. تغییرات ناگهانی (وجود یک پیک) در نمودار توزیع ضرایب موجک نشانگر وجود یک اختلال در آن ناحیه از سیگنال است. حال اگر



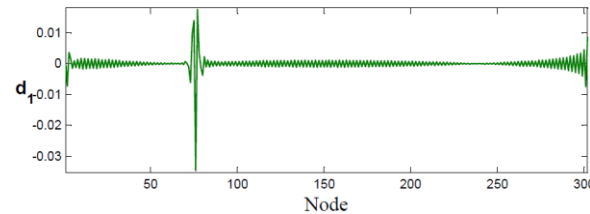
شکل ۳۰- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior1.1



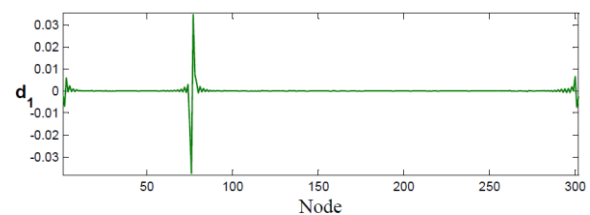
شکل ۳۱- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior1.3



شکل ۳۲- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior2.2



شکل ۳۳- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior2.6



شکل ۳۴- تبدیل موجک گسسته روی خیز تیر توسط موجک bior3.1

گراف ضرایب موجک را بپوشاند که در این صورت تداخل تاثیر اغتشاشات ناشی از آسیب و اغتشاشات تکیه‌گاهی مانع از شناسایی ترک خواهد شد. این موضوع که حداقل چه تعداد گره برای استخراج پاسخ استاتیکی نیاز است تا امکان شناسایی محل آسیب فراهم باشد خود از موضوعات جالب توجه است. با توجه به اینکه در عمل و کارهای آزمایشگاهی هرچه تعداد نقاط نمونه‌برداری بیشتر باشد اینکار مستلزم صرف وقت، انرژی و هزینه بالاتری است، تعیین حداقل تعداد مناسب نقاط جهت برداشت پاسخی که بتوان از روی آن محل آسیب را شناسایی کرد امری مهم و البته جالب به نظر می‌رسد.

موقعیت برداشت داده‌ها از تیر در قدرت شناسایی ترک موثر است. به این ترتیب که هر اندازه موقعیت ترک و برداشت داده به هم نزدیک باشد، امکان شناسایی ترک بالاتر است. با بررسی انواع موجک‌ها در مقیاس‌های مختلف، متوجه شدیم موجک‌هایی همچون موجک db1 و برخی از موجک‌های خانواده Biorthogonal (مانند Bior1.1، Bior1.3) در شناسایی آسیب عملکرد مطلوبی ندارند و استفاده از آن‌ها در شناسایی آسیب مفید واقع نشده است.

با بررسی انواع موجک‌ها در مقیاس‌های مختلف، موجک‌های خانواده دابچیز (db3 الی db10)، موجک‌های خانواده سیملت (Sym3 تا Sym8)، موجک‌های خانواده کوئفلت (Coif2 تا Coif5) و موجک‌های خانواده Biorthogonal (Bior3.1 تا Bior6.8) به عنوان موجک‌های مفید در تشخیص ترک معرفی می‌شوند که البته بسته به نوع سیگنال مورد بررسی، هر یک از آن‌ها می‌تواند نسبت به دیگری نقاط قوت یا ضعف داشته باشد.

بر پایه نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌ها، به نظر می‌رسد روش تبدیل موجک می‌تواند یک جایگزین مناسب برای روش‌های کلاسیک شناسایی آسیب سازه‌ای مانند تبدیل فوریه باشد.

#### ۷- مراجع

- [1] Geetha, K.G., Ravi, N.B., Chakraborty, N., Ukirde, K.C., Kamalakar, G.S. and Mahapatra, D.R. (2015), "Damage detection sensitivity, specificity and classification data analysis for SHM systems design, verification and validation", Destech Publications, INC.
- [2] Das, S., Saha, P. and Patro, S.K. (2016), "Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: A review", Journal of Civil Structural Health Monitoring, Vol. 6, pp. 477-507.
- [3] Broughton, S.A. and Bryan, K. (2018), "Discrete Fourier

اختلال مشاهده شده در ضرایب موجک ناشی از یک عامل شناخته شده (به‌عنوان مثال اختلال ناشی از ناپیوستگی‌های هندسی ایجاد شده در تکیه‌گاه‌ها یا محل اتصالات) نباشد، در آن صورت باید به وجود آسیب در آن ناحیه حساس شد.

در این مقاله به معرفی روش تبدیل موجک و نحوه شناسایی آسیب در سازه‌ها (برای نمونه یک تیر دو سر گیردار) پرداختیم. مشاهده شد که روش تبدیل موجک یک روش موثر و دقیق برای شناسایی آسیب در سازه است. ایده اصلی آن است که با اعمال تبدیل موجک بر روی سیگنال پاسخ سازه، از روی گراف ضرایب موجک بدست آمده، محل آسیب در سازه مشخص گردد. بدین منظور تحلیل سازه توسط نرم‌افزار ABAQUS صورت گرفته، پاسخ (تغییر مکان) سازه در امتداد محور طولی آن استخراج گشته و سپس بر روی این پاسخ تحلیل موجک از طریق جعبه‌ابزار موجک نرم‌افزار MATLAB اعمال گشته و شناسایی آسیب در سازه مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا از المان سازه‌ای تیر دو سر گیردار فولادی آسیب دیده استفاده شده و از تبدیل موجک گسسته برای انجام تحلیل بر روی پاسخ سازه آسیب‌دیده استفاده شده است. نتایج تحلیل موجک نشان می‌دهد که گراف‌های ضرایب موجک در نزدیکی محل آسیب افزایش قابل توجهی دارند. یک تغییر ناگهانی یا پیک در گراف ضرایب موجک می‌تواند موقعیت ترک را شناسایی کند. موجک‌های مادر متنوعی جهت استفاده در تحلیل موجک موجود هستند و انتخاب نوع موجک مناسب در رسیدن به نتایج مطلوب تاثیر به‌سزایی دارد.

با توجه به اینکه طول سیگنال مورد بررسی محدود است ولی در رابطه تبدیل موجک، انتگرال‌گیری از بازه  $(-\infty$  و  $+\infty)$  انجام می‌شود لذا در محل تکیه‌گاه‌ها نیز شاهد افزایش ضرایب موجک هستیم که در صورت لزوم می‌توان با راهکارهایی (به عنوان مثال افزایش طول سیگنال به‌صورت برون‌یابی) این اثرات را از محدوده مورد بررسی خارج کرد. هر چه تعداد نقاط نمونه‌برداری (تعداد المان‌ها و گره‌ها در مدل اجزاء محدود) برای استخراج سیگنال پاسخ استاتیکی بیشتر باشد محل آسیب با دقت بالاتری شناسایی می‌گردد؛ بالعکس با کاهش تعداد نقاط نمونه‌برداری از قدرت شناسایی ترک کاسته می‌شود. این تاثیر در برخی موارد تا حذف توانایی تشخیص ترک پیش می‌رود. با توجه به اینکه تاثیر نقاط انتهایی مانند (تکیه‌گاه‌ها یا محل اتصالات) از جمله مشکلات موجود در روش تبدیل موجک است، این کاهش نباید به حدی باشد که تاثیر شرایط انتهایی کل



- analysis and wavelets: Applications to signal and image processing", John Wiley and Sons.
- [4] Kim, B., Jeong, H., Kim, H. and Han, B. (2017), "Exploring wavelet applications in civil engineering", *KSCE Journal of Civil Engineering*, Vol. 21, pp. 1076–1086.
- [5] Andraeus, U. and Casini, P. (2016), "Identification of multiple open and fatigue cracks in beam-like structures using wavelets on deflection signals", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 28, pp. 361–378.
- [6] Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. and Poggi, J.M. (2015), *Wavelet toolbox*, The MathWorks Inc., Natick, MA, 15, 21.
- [7] Veer, K. and Agarwal, R. (2015), "Wavelet and short-time Fourier transform comparison-based analysis of signals", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 42, pp. 1591–1601.
- [8] Elfouly, F.H., Mahmoud, M.I., Dessouky, M.I. and Deyab, S. (2014), "Comparison between haar and Daubechies wavelet transformions on fpga technology", *International Journal of Computing*, Vol. 6, pp. 23–29.
- [9] Montanari, L., Spagnoli, A., Basu, B. and Broderick, B. (2015), "On the effect of spatial sampling in damage detection of cracked beams by continuous wavelet transform", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 345, pp. 233–249.
- [10] Basu, B., Broderick, B.M., Montanari, L. and Spagnoli, A. (2015), "Optimal sampling in damage detection of flexural beams by continuous wavelet transform", *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 628, 012032.
- [11] Averbuch, A.Z., Neittaanmäki, P. and Zheludev, V.A. (2016), "Biorthogonal Wavelet Transforms", *Spline and Spline Wavelet Methods with Applications to Signal and Image Processing*, Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London, pp. 215–237.